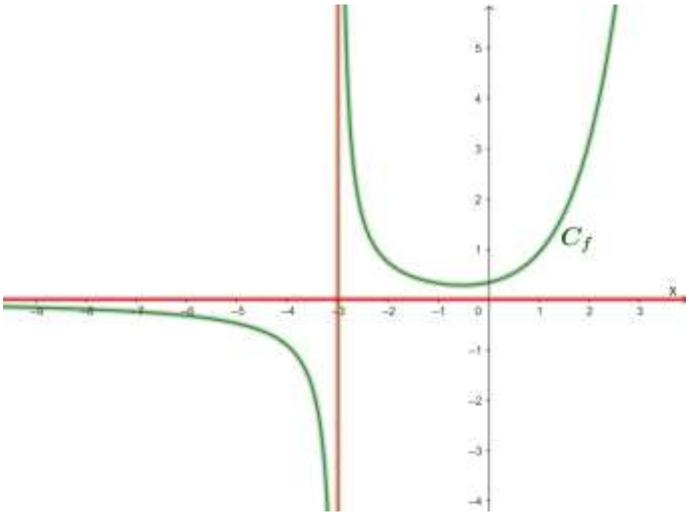
Exercice 1

On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous



1) Déterminer graphiquement les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x<-3}} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to-3\\x>-3}} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) Interpréter graphiquement ces résultats.

Exercice 2

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} 2x^3+5x^2-7x+10$; $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x^4-3x^2+x+5$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x^2-x+5}{2x-3}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^2}{x^2+x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{10x^2+3}{5x^3+x-1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x-\sqrt{2x-1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{2x+5}}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+\sqrt{x+1}}{x^2+x+1}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \left(2+\dfrac{4}{x+1}\right)\left(\dfrac{3}{x^2+1}-5x\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(x+2)^4}{(3x^2-4)^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+3}{\sqrt{2x+5}}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-x+3}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{\dfrac{2x+3}{5x+1}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \cos\left(\dfrac{1}{x+1}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \left|\dfrac{2x+5}{7-x}\right|$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{\dfrac{-2x^2+x-5}{1-2x^2}}$

Exercice 3

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x-2}{x^2-4}$; $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$; $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2-1}{x^2-2x-3}$; $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x}{x+\sqrt{x}}$;

$\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$; $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{2-x}{\sqrt{2x+5}-3}$; $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{3x+1}-2}$; $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}$;

Exercice 4

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{4x+1}{x}+\dfrac{2}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{2x-3}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{3x-4}{x^2-3x+2}$; $\lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{\sqrt{3-x}+1}{x^3-8}$; $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{4-x^2}{(x-2)^2}$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} \tan x$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \tan x$; $\lim\limits_{x\to5^+} \dfrac{2x-3}{(x-5)(x+1)}$; $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{x-4}{|x+3|}$; $\lim\limits_{x\to4^-} \dfrac{2-x}{\sqrt{4-x}}$; $\lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{1+x}{x^3-x^2+x-1}$;

Exercice 5

Calculer les limites suivantes :

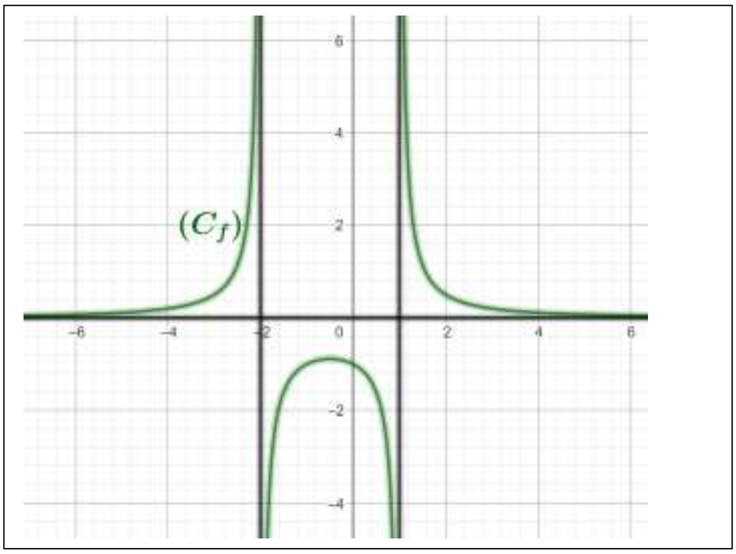
$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+3}-x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4x^2+5}-2x$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+1}+x$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{9x^2+5}+3x$;

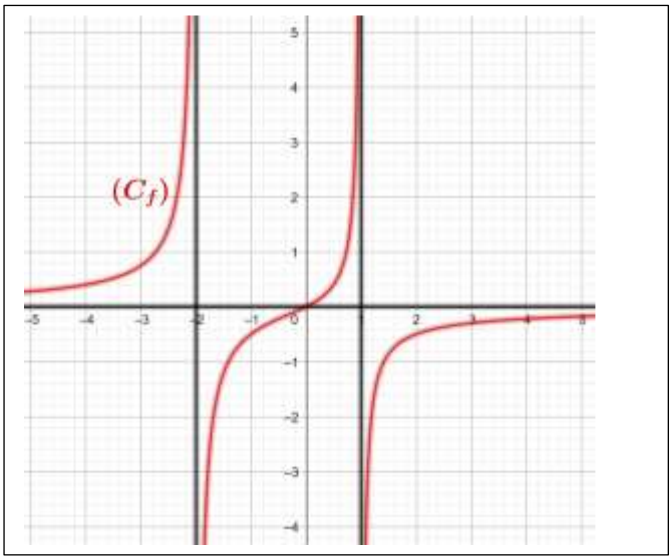
$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4}-2x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{3x^2+2}-3x$; $\lim\limits_{x\to-\infty}5x+\sqrt{4x^2+1}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1+x^2}+\dfrac{x}{2}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x+1}-x$; $\lim\limits_{x\to-\infty}2x+\sqrt{4x^2+x+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{9x^2-x+1}-3x$; $\lim\limits_{x\to-\infty}x+1+\sqrt{x^2+3x+2}$;

Exercice 6

Par lecture graphique déterminer les limites en $-\infty$, $+\infty$, -2^-, -2^+, 1^- et 1^+ de la fonction f dans chacun des cas suivants :





Exercice 7

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x+3x-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}+2xe^{3x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{3x}-5e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^x+2}{e^x+3}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{6e^{2x}+3}{e^x\left(2e^x+5\right)}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{10}{3e^{0,1x}+13}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5e^{-3x}+7}{2+e^{-0,5x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-3x^2}+\dfrac{4}{3x}-2$;

Exercice 8

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x-2x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{2x}-e^x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3e^x+2}{x+5}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{3e^x+5}$;

$\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}x^3e^x+2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{-x}+e^{-2x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{-x}+5x$;

Exercice 9

On considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous, on note sa courbe représentative C_f dans un repère orthonormé.

x	$-\infty$		-3		1		5		9		$+\infty$
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

1) A l'aide du tableau déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-3)^-}f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-3)^+}f(x)$; $\lim\limits_{x\to5^-}f(x)$; $\lim\limits_{x\to5^+}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) Déterminer les équations des asymptotes verticales et horizontales à la courbe C_f .

Exercice 10

Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x-3x^2+5x-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-1}{e^x+x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x-1}{e^x+x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3xe^x+4e^x+2x}{e^{2x}+3e^x+1}$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3xe^x+4e^x+2x}{e^{2x}+3e^x+1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2e^{5x}}{17x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2e^{5x}}{17x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x-3xe^x+2x^2+5x-1$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^{-x}-x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^{-x}-x$; $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-2x^2+6x+1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (1-2x)e^x$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} \exp\left(\dfrac{1-x^6}{5+x+x^3}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \exp\left(\dfrac{1-x^6}{5+x+x^3}\right)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \exp\left(\dfrac{1+x^6}{5+x+x^3}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \exp\left(\dfrac{1+x^6}{5+x+x^3}\right)$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x+e^{-x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^x+e^{-x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{e^x+e^{-x}}{x}$; $\lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{e^x+e^{-x}}{x}$;

Exercice 11

En effectuant un encadrement, calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sin x}{x^2+1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2+\cos\left(x^2+3\right)}{x^2+1}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+3}{3-2\sin x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} x+3\cos(2-x)$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+\sin x}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+\sin x}{x+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{5+3\cos x}{3x+2\sin x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} x+2\cos(3x+5)$;

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x+6\sin x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3\sin x+2\cos x}{x^3}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+\dfrac{\cos x}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+4\sin x}{3x+2}$;

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=\sqrt{x+4}-\sqrt{x}$

1) Montrer que pour tout réel strictement positif x, on a : $0\le f(x)\le \dfrac{2}{\sqrt{x}}$

2) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Exercice 13

On considère la fonction g définie pour tout réel $x\neq 2$ par : $g(x)=\dfrac{x^2+4x-3}{2x-4}$

1) Calculer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition

2) Donner l'équation de l'asymptote verticale à la courbe C_g de g .

3) Pour tout réel $x\neq 2$, on pose $h(x)=g(x)-\left(\dfrac{1}{2}x+3\right)$

a) Montrer que pour tout réel $x\neq 2$, on a : $h(x)=\dfrac{9}{2x-4}$

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$

4) Etudier la position relative de la courbe C_g et la droite Δ d'équation $y=\dfrac{1}{2}x+3$.

(On dit dans ce cas que la droite d'équation $y=\dfrac{1}{2}x+3$ est une asymptote oblique à la courbe C_g de g).

Exercice 14

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{-2x+1}{x-3}$, on note C_f sa courbe .

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
3) Donner l'équation de l'asymptote horizontale d et celle de l'asymptote verticale d'.
4) Etudier la position relative de la courbe C_f et l'asymptote d .

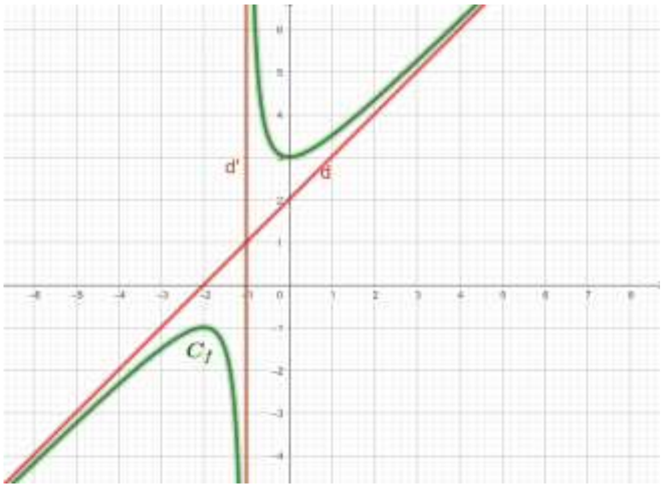
Exercice 15

On considère la fonction f définie par : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+d}$

où a, b, c et d sont des nombres réels donnés.

Sa courbe représentative C_f est donnée dans la figure ci-contre où les droites d et d' sont des asymptotes à C_f . Le point $A(0;3)$ appartient à la courbe C_f .

Déterminer les réels a, b, c et d à l'aide du Graphique ci-contre.



Exercice 16

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^{x}}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to +\infty} x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right) \quad ; \quad \lim_{x\to +\infty} x\left(e^{\frac{3}{x}}-1\right) \quad ; \quad \lim_{x\to -\infty} x^{3}\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$$

https://www.dimamath.com

MATHÉMATIQUES
POUR TOUS