Exercice 1

Calculer les cinq premiers termes des suites suivantes :

a) (u_n) définie par : $u_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$; b) $(v_n)_{n\geq 1}$ définie par : $v_n = 2^{n-1}+1-\dfrac{1}{n}$

c) (a_n) définie par : $a_n = \sqrt{n^2+n+1}$; d) (b_n) définie par : $b_n = \dfrac{3n^2+n+2}{n+2}$

Exercice 2

Pour chacune des suites (u_n), calculer u_{n+1}; u_{n-1}; u_{2n}; $u_{n+1}-u_n$ en fonction de n, dans les cas suivants :

a) $u_n = n^2-n+1$; b) $u_n = \dfrac{2n-3}{n+2}$; c) $u_n = \dfrac{3^{n+1}}{n+2}$; d) $u_n = \sqrt{n^2-n}$

Exercice 3

Calculer les cinq premiers termes des suites suivantes :

1) (a_n) définie par : $\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = \dfrac{1+2a_n}{2+a_n} \ (\forall n \in \mathbb{N}) \end{cases}$;

2) (b_n) définie par : $\begin{cases} b_0 = 0,\ b_1 = 2 \\ b_{n+2} = 2b_{n+1} - b_n + 3 \end{cases}$

3) (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$;

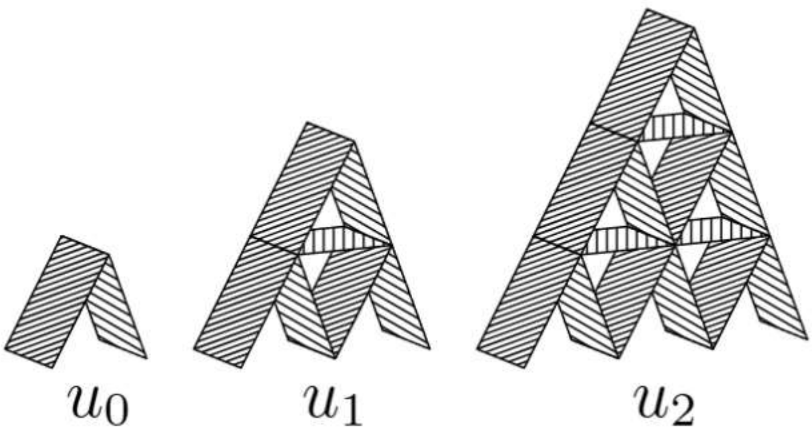
4) (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = -1 \\ v_{n+1} = \sqrt{1+v_n^2} \end{cases}$

5) $(x_n)_{n\geq 1}$ définie par : $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_{n+1} = x_n^2 + 2n - 1 \end{cases}$;

6) (y_n) définie pzr : $\begin{cases} y_0 = 0 \\ y_{n+1} = 3y_n + n + 1 \end{cases}$

Exercice 4

On dispose d'un nombre de cartes, et on effectue des constructions de châteaux de cartes par étape de la façon suivante :



On construit ainsi une suite de nombres $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ où u_n désigne le nombre de cartes utilisées dans la construction du château à l'étape n.

1) Déterminer les quatre premiers termes de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

2) Pour tout entier naturel n, déterminer une expression du terme u_{n+1} en fonction du terme précédent u_n et du rang n.

3) A quelle étape de construction peut-on arriver avec deux jeux de 72 cartes ?

Exercice 5

1) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme 2 et de raison 3.

Déterminer les premiers termes de la suite (u_n).

2) Soit (a_n) la suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 5.

Déterminer les premiers termes de la suite (a_n).

3) Soit (x_n) la suite arithmétique de premier terme -3 et de raison $\frac{2}{3}$.

Déterminer les premiers termes de la suite (x_n).

Exercice 6

On considère la suite arithmétique (u_n).

1) Si $u_0 = -2 \; et \; r = 2$, déterminer u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{17}

2) Si $u_5 = 7 \; et \; r = \frac{1}{2}$, déterminer u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{21}

3) Si $u_7 = 12 \; et \; u_{24} = 46$, déterminer la raison r puis u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{100} et u_0

Exercice 7

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_{n+1} = \sqrt{3 + u_n^2}$ et soit (v_n) la suite numérique telle que : $(\forall n \in \mathbb{N}),\ v_n = u_n^2$

1) Calculer u_1, v_0 et v_1

2) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique dont on déterminera la raison

3) Exprimer v_n en fonction de n

4) Déduire une expression de u_n en fonction de n

Exercice 8

On considère la suite numérique (a_n) définie par : $\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \dfrac{2a_n}{a_n + 2} \; (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$

1) Calculer les termes $a_1 \; et \; a_2$

2) On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}),\ b_n = \frac{1}{a_n}$

a) Montrer que la suite (b_n) est arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer b_n en fonction de n

c) En déduire une expression de a_n en fonction de n.

Exercice 9 :

Calculer les sommes suivantes :

$S_1 = 3 + 5 + 7 + \ldots + 2023$

$S_2 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \ldots + 13$

$S_3 = -7 - 4 - 1 + 2 + 5 + \ldots + 23$

$S_4 = 5 + 1 - 3 - 7 - \ldots - 75$

$S_5 = 7 + 2 - 3 - 8 - \ldots - 493$

Exercice 10

Dans chacun des cas suivants, dire si la suite (u_n) est géométrique ou non :

$a)\ u_n = 5^n$ $\quad b)\ u_n = 2^n + 3$ $\quad c)\ u_n = 5n + 2$ $\quad d)\ u_n = \dfrac{3^{n+1}}{2^{n+3}}$

$e)\ \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ $\quad f)\ \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 5u_n + 4 \end{cases}$ $\quad g)\ u_{n+1}^2 = u_n \times u_{n+2}$ $\quad h)\ u_n = (-2)^{n+1}$

Exercice 11

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q.

1) Si $u_0 = 3$ et $q = 2$, exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_2 et u_5

2) Si $u_4 = 8$ et $q = -2$, Calculer u_3 et u_5

3) Si $u_3 = 4$ et $u_4 = 6$, Calculer la raison q puis calculer u_0 et u_7

4) Si $u_{10} = -17$ et $u_9 = 34$, Calculer la raison q puis calculer u_7 et u_5

Exercice 12

Soit (u_n) la suite de nombres réels définie par : $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1) Calculer u_1, u_2, u_3, u_4

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $v_n = u_n + 3$

a) Calculer v_0, v_1, v_2, v_3

b) Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on déterminera la raison

c) Déterminer v_n en fonction de n

d) Déduire u_n en fonction de n.

Exercice 13

Calculer les sommes suivantes :

$S_1 = 1 + 3 + 3^2 + \ldots + 3^7$

$S_2 = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + .. - 2^9$

$S_3 = \dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{10^2} + \dfrac{1}{10^3} + \ldots + \dfrac{1}{10^5}$

Exercice 14

1) Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q = 0,5$ et de premier terme $v_0 = 7$.

a) Calculer v_n en fonction de n et en déduire la valeur de v_{10}

b) Calculer la somme $S = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{10}$

2) Soit (w_n) une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $w_0 = -1$.

a) Calculer w_n en fonction de n puis calculer w_{12}

b) Calculer la somme $T = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_{12}$

https://www.dimamath.com
MATHÉMATIQUES POUR TOUS