Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-x}\ ;\ \lim_{x\to\frac{3}{2}}\frac{2x^2-3x}{4x^2-9}\ ;\ \lim_{x\to2}\frac{\sqrt{x-1}-x+1}{x^2-2x}\ ;\ \lim_{x\to3}\frac{x+\sqrt{x-3}-3}{x^2-9}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4}-x\ ;$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+4}+2x\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x+1}-x\ ;\ \lim_{x\to-\infty}\sqrt{2x^2-x+4}+x\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}+x}{x^2+x+1}\ .$$

Exercice 2

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x+1}{7-3x} & ;\ x\leq 2 \\ f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x-2} & ;\ x>2 \end{cases}$

Etudier la continuité de la fonction f en $x_0=2$

2) Soit g la fonction définie par : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{x} & ;\ x\neq 0 \\ g(0)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

a) Déterminer D_g le domaine de définition de la fonction g .

b) Etudier la continuité de la fonction g en 0.

c) Etudier la continuité de la fonction g sur $[-4;4]$

Exercice 3

On considère la fonction h définie par : $\begin{cases} h(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & ;\ x>1 \\ h(1)=\dfrac{1}{4} \\ h(x)=\dfrac{\sqrt{5-x}-2}{1-x} & ;\ x<1 \end{cases}$

https://www.dimamath.com
MATHÉMATIQUES POUR TOUS

1) Vérifier que la fonction h est définie sur $\mathbb{R}$.
2) Montrer que la fonction h est continue à droite en 1
3) La fonction h est-elle continue à gauche en 1 ?
4) En déduire la continuité de la fonction h en 1

Exercice 4

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x+1+2\sqrt{x-1}$.

1) a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .

b) Etudier la continuité de la fonction f sur D_f .

2) Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation

3) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

Exercice 5

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} g(x)=\sqrt{x-1}+3 \; ; \; x\geq 1 \\ g(x)=\dfrac{x \quad +x-2}{x-1} \; ; \; x<1 \end{cases}$

1) a) Etudier la continuité de la fonction g en 1

b) Etudier la continuité de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

3) Soit h la restriction de la fonction g à l'intervalle $I=]1;+\infty[$.

a) Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) Calculer $h(2)$ et en déduire $h^{-1}(4)$

c) Déterminer $h^{-1}(x)$ en fonction de x pour tout $x\in J$

d) Résoudre dans l'intervalle J, l'équation $h^{-1}(x)=2$

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3+3x-1$

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f

c) Dresser le tableau de signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$

2) Déterminer les images par la fonction f des intervalles suivants : $]-\infty;1]$; $]-1;2[$; $[0;+\infty[$

3) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

4) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et que $0<\alpha<1$

5) Calculer $f(-1)$ et en déduire $f^{-1}(-6)$

6) Résoudre l'équation (E): $f^{-1}(x)=3x+15$

Exercice 7

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=7-2x-x^3$

1) Montrer que la fonction h est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

2) Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution α dans $]1;2[$

3) Dresser le tableau de signe de $h(x)$ suivant les valeurs du réel x.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'inéquation $x^2+1\geq \dfrac{7}{x}-1$

5) En utilisant la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α d'amplitude 0,25

https://www.dimamath.com

MATHÉMATIQUES POUR TOUS