Exercice 1

Donner les formes canoniques des trinômes suivants :

1) $f(x)=-2x^2+6x-10$; 2) $g(x)=3x^2+6x-2$; 3) $h(x)=5x^2-30x+45$;

4) $i(x)=3x^2-9x+2$; 5) $j(x)=3x^2-5(x-1)^2$; 6) $h(x)=(x-5)(x+5)-x+19$.

Exercice 2

Déterminer les nombres réels a, b et c tels que $f(x)=ax^2+bx+c$, puis calculer le discriminant Δ du trinôme $f(x)$, dans les cas suivants :

1) $f(x)=3x^2-5x-2$; 2) $f(x)=-4x^2+7x-3$; 3) $f(x)=-x^2+5x+9$; 4) $f(x)=6x^2-3x$

5) $f(x)=11x^2-15x+22$; 6) $f(x)=5x^2+6x-11$; 7) $f(x)=-2x^2+8x-9$; 8) $f(x)=x^2+13$

Exercice 3

Résoudre dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

$(E_1): -x^2+4x+5=0$; $(E_2): 2x^2-5x+7=0$; $(E_3): \frac{1}{3}x^2-2x+3=0$; $(E_4): 4x^2+5x=0$;

$(E_5): 3a^2-7a+4=0$; $(E_6): -6y^2+7y+3=0$; $(E_7): 18x^2-3x-1=0$; $(E_8): (z-3)(2z+3)=5$

Exercice 4

Dresser le tableau de signe des trinômes suivants :

$f(x)=x^2-3x+2$; $g(x)=-2x^2+4x+6$; $h(x)=6x^2+7x-5$; $i(x)=9x^2-12x+4$;

$j(x)=25x^2+30x+9$; $k(x)=7x^2+3x+1$; $l(x)=-5x^2+2x-11$; $m(x)=12x^2-25x+12$.

Exercice 5

Résoudre dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes :

$(I_1)\ x(x-3)\geq 0$; $(I_2)\ (2x+3)(5-x)\leq 0$; $(I_3)\ 16x^2-20x>0$; $(I_4)\ 3(x-2)-(x-2)(2x+4)<0$

$(I_5)\ 2x^2+3x-9\geq 0$; $(I_6)\ -6x^2+7x+20>0$; $(I_7)\ 9x^2-12x+4\leq 0$; $(I_8)\ -4x^2+28x-49>0$

$(I_9)\ 2x^2+x+3>0$; $(I_{10})\ 3x^2+4x+3\leq 0$; $(I_{11})\ -5x^2+3x-2\geq 0$; $(I_{12})\ x^2-3x+(x-3)^2\geq 3(2x-3)$

Exercice 6

Dans chacun des cas suivants, factoriser le trinôme $f(x)$ (lorsqu'il peut être factorisé) :

$a)$ $f(x)=-2x^2+x+3$; $b)$ $f(x)=x^2-x-2$; $c)$ $f(x)=3x^2+x-4$;

$d)$ $f(x)=x^2+3x+5$; $e)$ $f(x)=9x^2-30x+25$; $f)$ $f(x)=3x^2+x+1$;

Exercice 7

On considère une parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y=ax^2+bx+c$ qui passe par les points $A(0;3)$, $B(1;5)$ et $C(2;15)$

1) Donner trois équations d'inconnues a, b et c, traduisant l'énoncé.

2) Déterminer a, b et c

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la parabole $\mathcal{P}$ avec l'axe des abscisses.

Exercice 8

Pour chacune des fonctions suivantes, indiquer si elles admettent un minimum ou un maximum et en quelle valeur il est atteint :

$f: x\mapsto 5x^2-3$; $g: x\mapsto -2(x+2)^2+7$; $h: x\mapsto 2x^2-8x+5$; $i: x\mapsto -3x^2-6x+2$.

Exercice 9

Dresser les tableaux de variations des fonctions suivantes :

$j: x\mapsto 2(x-1)\ +3$; $k: x\mapsto 2x^2+12x+15$; $l: x\mapsto -2x^2-4x+1$; $m: x\mapsto -3x^2+1$

Exercice 10

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-1;5]$ par : $f(x)=2x^2-8x+7$

1) a) Donner la forme canonique du polynôme du second degré f .

b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

2) Déterminer le maximum et le minimum de f sur $[-1;5]$.

3) Résoudre dans l'intervalle $[-1;5]$:

a) $f(x)=-1$

b) $f(x)=17$

c) $f(x)<17$

d) $f(x)>0$

Exercice 11

Voici ci-après quatre courbes représentant des fonctions trinômes définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=ax^2+bx+c$.

Dans chacune des figures suivantes, indiquer, sans justification, le signe du coefficient a et du discriminant Δ :

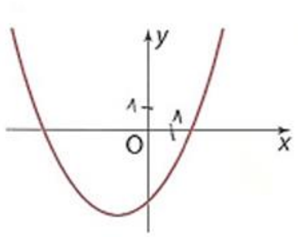


figure 1

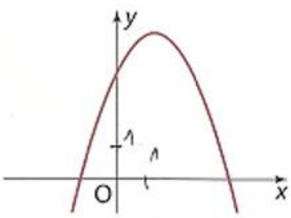


figure 2

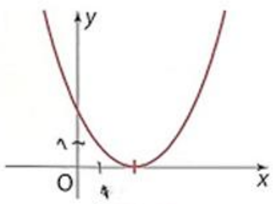


figure 3

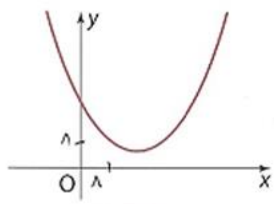


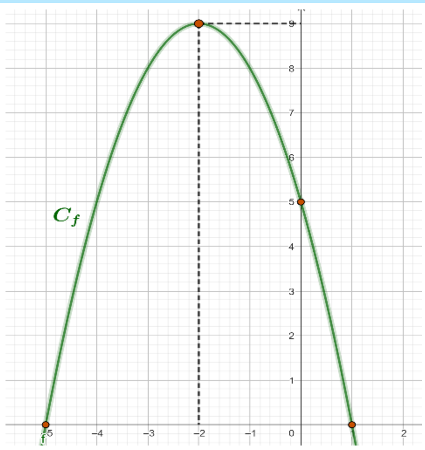
figure 4

Exercice 12

Soit f la fonction du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=5x^2-18x-8$

1) Déterminer les racines du trinôme f
2) Donner la forme factorisée de $f(x)$
3) Donner la forme canonique de $f(x)$
4) 4) Dresser le tableau de signe de f
5) Déterminer les coordonnées du sommet de la courbe représentative de f et l'équation de son axe de symétrie
6) Dresser le tableau de variation de f
7) Dessiner une allure de la courbe de f

Exercice 13



On a tracé ci-dessus C_f, la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré, définie par

$f(x) = ax^2 + bx + c$ où $a \neq 0$.

Déterminer les coefficients a, b et c puis en déduire l'expression de $f(x)$.

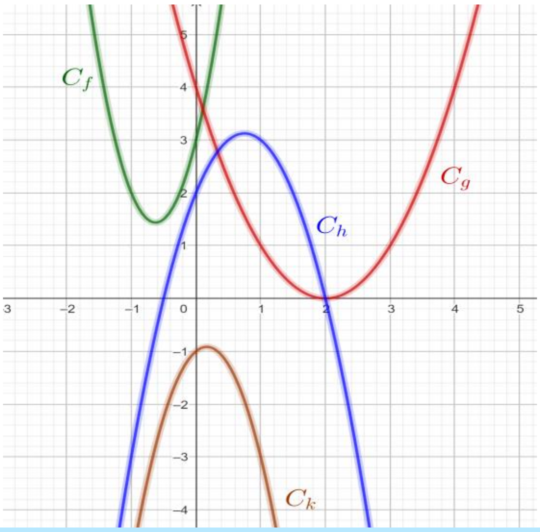
Exercice 14

On considère les courbes ci-dessous C_f, C_g, C_h et C_k qui sont les représentations graphiques respectivement des fonctions f, g, h et k.

Pour chaque question, donner sans justifier la (ou les) bonne(s) réponse(s).
On reportera sur la copie les numéros des questions et les lettres correspondantes aux bonnes réponses.

1) Quels sont les trinômes ayant un discriminant strictement négatif ?
   $A)\ f(x)\ ;\ B)\ g(x)\ ;\ C)\ h(x)\ ;\ D)\ k(x)$

2) Si les trinômes d'écrivent $ax^2 + bx + c$, alors le coefficient a est positif pour :
   $A)\ f(x)\ ;\ B)\ g(x)\ ;\ C)\ h(x)\ ;\ D)\ k(x)$
3) Si les trinômes s'écrivent $a(x-\alpha)^2 + \beta$, alors le coefficient β est égal à 0 pour :
   $A)\ f(x)\ ;\ B)\ g(x)\ ;\ C)\ h(x)\ ;\ D)\ k(x)$



https://www.dimamath.com
MATHÉMATIQUES POUR TOUS

Exercice 15

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte et aucune justification n'est demandée.

1) La forme canonique du trinôme $f(x) = 2x^2 - 2x - 12$ est :

a) $f(x) = 2(x-1)^2 - 14$

b) $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$

c) $f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$

d) $f(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$

2) L'équation $(E) : (3x^2 - 12x + 12)(x-2) = 0$, admet :

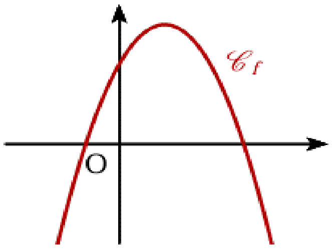
a) aucune solution b) une solution c) deux solutions d) trois solutions

3) L'inéquation : $x^2 - 5x - 6 < 0$, a pour ensemble de solutions :

a) $\varnothing$ b) $]-6;1[$ c) $]-1;6[$ d) $]-\infty;-1[\cup]6;+\infty[$

4) Soit la courbe suivante représentant la fonction f telle que $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Soit Δ le discriminant de $f(x)$. Laquelle des propositions suivantes est vraie ?



a) a et c ont le même signe b) a et Δ ont le même signe

c) a et b ont le même signe d) c et Δ ont le même signe

5) Soit l'équation paramétrique $(E_m): x^2-(2m+3)x+m^2=0$

Où m est un paramètre réel. L'équation (E_m) admet une solution double si :

a) $m=-\dfrac{3}{2}$ b) $m=-\dfrac{3}{4}$ c) $m=\dfrac{3}{4}$ d) $m=\dfrac{3}{2}$

Exercice 16

Déterminer deux nombres entiers consécutifs sachant que leur produit est 702.

Exercice 17

Résoudre dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, les équations suivantes :

$(E_1): 2x^4-9x^2+4=0$; $(E_2): 12x^4-23x^2-9=0$; $(E_3): 9x^4-24x^2+16=0$;

$(E_4): 3x^4+5x^2+4=0$; $(E_5): 2x^4-7x^2+3=0$; $(E_6): 3x^4+11x^2+6=0$

Exercice 18

Résoudre les équations suivantes :

$(E_7): \sqrt{x-2}=3-x$; $(E_8): 3\sqrt{x+3}-6=x-2$; $(E_9): \sqrt{x-3}+\sqrt{x}=1$;

$(E_{10}): \sqrt{x-1}=x-1$; $(E_{11}): \sqrt{2x-5}=\sqrt{5x+3}$; $(E_{12}): \sqrt{x+13}=1+\sqrt{x+6}$

$(E_{13}): \sqrt{4x+9}=2+\sqrt{x+5}$; $(E_{14}): \sqrt{2x+3}=5x-12$; $(E_{15}): \sqrt{x}=1+\sqrt{x-7}$

Exercice 19

$(I_1): \dfrac{x+1}{x}\geq\dfrac{5x+2}{x+1}$; $(I_2): \dfrac{x-5}{x^2+3x-4}<0$; $(I_3): x-1\leq\dfrac{4}{x-2}$;

$(I_4): \dfrac{-3x^2-7x+6}{x^2-x-6}\geq 0$; $(I_5): \dfrac{x^2-4x+4}{2x^2+7x-15}>0$; $(I_6): (2x^2-3x-2)(3x^2+10x+3)\leq 0$

$(I_7): \dfrac{2x^2+1}{x^2-x--12}<0$; $(I_8): \dfrac{(x-3)(2x+5)}{4x^2+4x-3}>0$; $(I_6): \dfrac{(x^2-x-2)(-x^2-3x+4)}{2x^2-3x-2}\leq 0$

Exercice 20

On considère un terrain rectangulaire dont l'aire est $168\,m^2$ et le périmètre est $62\,m$. Déterminer sa longueur et sa largeur.

Exercice 21

Le bénéfice en milliers d'euros d'une entreprise est modélisé par $f(x)=-2x^2+5x-2$ où $x\in[0;3]$, x étant le nombre en centaines d'objets fabriqués et vendus.

1) Mettre $f(x)$ sous la forme canonique.

2) Factoriser $f(x)$.

3) Pour quelles quantités d'objets fabriqués et vendus par l'entreprise, le bénéfice est-il positif ?

4) Déterminer la valeur maximale du bénéfice que l'entreprise peut gagner et pour quelle quantité d'objets fabriqués et vendus est-il atteint ?

Exercice 22

Soit f un polynôme du second degré tel que $f(2)=3$ et $f(10)=3$.

Déterminer l'abscisse du sommet de la parabole représentant f.

Exercice 23

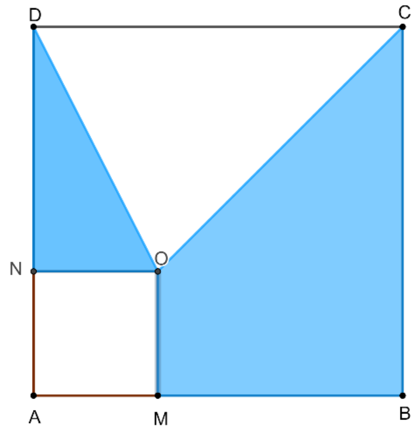
Soit $\mathcal{P}$ la parabole dont le sommet est $S(2;1)$ et qui passe par le point $A(1;3)$. Déterminer l'expression du polynôme du second degré $f(x)$ qui correspond à cette parabole.

Exercice 24

ABCD est un carré de côté 10 cm et M est un point du segment $[\mathrm{AB}]$ (distinct de A et de B) et AMON est un carré de côté x cm.

1) Montrer que l'aire de la partie colorée du carré ABCD (en cm^2) s'écrit : $-x^2+5x+50$.

2) Où placer le point M pour obtenir la plus grande Aire possible ? Que vaut cette aire maximale ?



Exercice 25

Une agence immobilière possède 140 studios qui sont tous occupés lorsque le loyer est de 500 € par mois. L'agence estime quà chaque fois qu'elle augmente le loyer de 5 €, un appartement n'est plus loué. On note x le nombre d'augmentations de 5 € su le loyer mensuel.

1) Montrer que le revenu mensuel de l'agence (en €) s'écrit : $-5x^2+200x+70000$

2) Déterminer le montant maximal du revenu mensuel de l'agence et pour quel nombre d'augmentations il est atteint.