Série 1 : Ensembles de nombres https://www.dimamath.com

Exercice 1

Indiquer dans chacun des cas, si le nombre donné appartient ou n'appartient pas à chacun des ensembles proposés, en utilisant les symboles \in ou \notin .

	IN	\mathbb{Z}	ID	Q	IR
-3					
$\frac{63}{9}$					
5×10 ⁻²					
<u>22</u> 5					
5					
$-\frac{28}{34}$					
34					
<u>6</u> 11					
$\frac{2\pi}{7}$					
7					
$\sqrt{1,96}$					
$-\sqrt{28,91}$					

Exercice 2 (Vrai ou Faux)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

- 1) Tout nombre rationnel est un nombre réel.
- 2) 1,5 est un nombre rationnel
- 3) Le carré d'un nombre réel n'est jamais un nombre rationnel.
- 4) Il n'existe aucun nombre réel qui ne soit pas un nombre décimal.
- 5) Le quotient de deux nombres décimaux non nuls est également un nombre décimal.
- 6) L'inverse d'un nombre décimal est un nombre entier.
- 7) L'inverse d'un nombre rationnel n'est pas un nombre rationnel.
- 8) Le carré d'un nombre irrationnel est un rationnel.

Exercice 3

Donner le développement décimal des fractions suivantes et en préciser la période :

a)
$$\frac{37}{3}$$
 ; b) $-\frac{165}{44}$; c) $\frac{232}{33}$; d) $-\frac{37}{125}$; e) $\frac{9561}{3000}$; f) $\frac{22}{7}$; g) $\frac{53}{13}$

$$(d) - \frac{37}{125} \quad ; e) \frac{9561}{3000} \quad ; f)$$

Exercice 4

- a) Déterminer le $50^{\text{ème}}$ chiffre après la virgule du développement décimal de la fraction $\frac{1}{2}$
- b) Déterminer le 2014 ème chiffre après la virgule du développement décimal de la fraction $\frac{17}{12}$

Exercice 5

1) Calculer les sommes suivantes :

$$a = \frac{2}{3} + 7 \; ; b = 2 - \frac{11}{13} \; ; c = \frac{5}{7} + \frac{3}{7} \; ; d = \frac{7}{12} - \frac{17}{12} \; ; e = \frac{2}{11} + \frac{7}{33} \; ; f = \frac{19}{8} - \frac{11}{56} \; ; g = \frac{9}{13} + \frac{5}{7} \; ; h = \frac{6}{25} - \frac{3}{4}$$

2) Calculer les produits suivants :

$$i = 5 \times \frac{3}{4} \; \; ; \; j = -7 \times \frac{11}{56} \; \; ; \; k = \frac{13}{5} \times \frac{-11}{52} \; \; ; \; l = \left(-\frac{7}{15}\right) \times \left(-\frac{6}{11}\right) \; ; \; m = \frac{-24}{13} \times \left(-\frac{1}{7}\right) \; ; \; n = \frac{16}{5} \times \frac{35}{8}$$

3) Calculer Les quotients suivants :

$$o = \frac{17}{3} \div \frac{3}{2} \; ; \; p = \frac{\frac{12}{7}}{\frac{32}{5}} \; ; \; q = \frac{-\frac{5}{9}}{-\frac{7}{3}} \; ; \; r = \frac{\frac{11}{3}}{5} \; ; \; s = \frac{27}{\frac{7}{4}} \; ; \; t = \frac{1}{\frac{1}{8}} \; ; \; u = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{3}}$$

4) Calculer les nombres suivants en donnant les résultats sous la forme de fractions irréductibles :

$$A = \frac{5}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} \; ; B = \frac{11}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} \; ; C = 4 + \frac{2}{3} \div \frac{7}{5} \; ; D = \frac{\frac{6}{5} + \frac{2}{3}}{\frac{5}{4} - \frac{3}{2}} \; ; E = \frac{\frac{1 + \frac{5}{3}}{2}}{\frac{2}{5} - 1} \; ; F = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}}{\frac{7}{7} - \frac{7}{5}}$$

Exercice 6

Ecrire les expressions suivantes sous forme de fractions :

$$f(x) = 3 + \frac{2x+1}{x-2} ; g(x) = \frac{3x+5}{2x-3} + 1 ; h(x) = \frac{2-5x}{4x+3} - 1 ; k(x) = \frac{2x+3}{x+3} + \frac{7x-1}{5x-3} ; u(x) = \frac{-2x+1}{3x-2} - \frac{4x-1}{3x-2} + \frac{1}{3x-2} = \frac{-2x+1}{3x-2} = \frac{-2x+1}{3x-2}$$

Exercice 7

- 1) Donner la liste de tous les diviseurs de 154 et la liste de tous les diviseurs de 182.
- 2) Dans un club de sport, on aimerait répartir les 154 hommes et les 182 femmes dans des groupes de même décomposition (chaque groupe doit contenir un même nombre d'hommes et un même nombre de femmes).
 - a) Est-il possible de réaliser 2 groupes ? justifier la réponse
 - b) Est-il possible de réaliser 13 groupes ?
 - c) Combien de groupes peut-on réaliser?

Exercice 8

Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400. Je suis pair, je suis divisible par 11 et je suis aussi multiple de 3 et 5. Qui suis-je?

Exercice 9

- 1) Justifier que les nombres 127 ; 251 et 1117 sont premiers.
- 2) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers: 196; 300; 1764.

Exercice 10

- 1) Donner les décompositions en produit de facteurs premiers des nombres 3366 et 3864
- 2) Rendre irréductible la fraction $\frac{3864}{3366}$
- 3) Déterminer PGCD (3864,3366)

Exercice 11

1) Rendre les fractions suivantes irréductibles :

$$\frac{45}{126}$$
; $\frac{168}{198}$; $\frac{555}{1640}$; $\frac{9295}{20111}$

- 2) Sans utiliser la calculatrice, montrer que 28900 est le carré d'un entier naturel que l'on déterminera.
- 3) Sans utiliser la calculatrice, justifier que 451451 n'est pas premier

Exercice 12

- 1) Ecrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers tels que b est le plus petit possible : $\sqrt{8}$; $\sqrt{72}$; $\sqrt{12}$; $\sqrt{75}$; $\sqrt{20}$; $\sqrt{180}$; $\sqrt{343}$
- 2) Simplifier les expressions suivantes :

$$a = 2\sqrt{3} + \sqrt{108} + \sqrt{75}$$
; $b = \sqrt{125} - 3\sqrt{5} + \sqrt{500}$; $c = \sqrt{44} + \sqrt{176} - 2\sqrt{11}$

3) Développer :
$$(1+\sqrt{2})^2$$
 ; $(2-\sqrt{3})^2$; $(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})$; $(\sqrt{2})^5$; $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$; $(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2$

Exercice 13

Ecrire les nombres suivants sans racines carrées au dénominateur :



$$\frac{5}{\sqrt{7}} \; ; \; \frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} \; ; \; \frac{6}{2+\sqrt{3}} \; ; \; \frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} \; ; \; \frac{3-\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}} \; ; \; \frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} \; ; \; \frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}} \; ; \; \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$$

Exercice 14

Soient x et y deux nombres réels positifs. Montrer que :

a)
$$\sqrt{xy} \le \frac{x+y}{2}$$

b) Si
$$x \ et \ y$$
 sont positifs non nuls, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \ge 2$

Exercice 15

Développer puis factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = 4 - (2x - 1)^2$$
; $B(x) = 9 - 16x^2$; $C(x) = 25x^2 - (x + 7)^2$; $D(x) = (3x + 4)^2 - (x - 3)^2$

$$E(x) = (2x+1)(3x+2) + (2x+1)^2$$
; $F(x) = 5(x+4) - (x+4)(2x-3)$; $G(x) = 25x^2 - 16 - (5x-4)(x-3)$