

الصفحة	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> الدورة الاستدراكية 2024 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
1/4			+0X1184+   11C4030 +0C0L00+   80XC4 00C80 8 800118 0CJL008 8 +81181+
**I	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	RS26F	

2 ساعات	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

<u>Instructions au candidat (e)</u>	<u>تعليمات للمترشح (ة)</u>
<b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b>	هام: يتعين على المترشح (ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre aux questions du sujet avec précision et soin.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يسمح لك استعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><u>Vous devez justifier les résultats.</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك تعليل النتائج.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Eviter l'écriture au stylo rouge.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحقق (ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

**Exercice 1 : (5 points)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{2u_n - 9}{u_n - 4}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

- 0,5 1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- 0,75 2) a) Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n < 3$
- 0,5 2) b) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  ,  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{4 - u_n}$
- 0,25 2) c) En déduire que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante
- 0,25 2) d) Dire pourquoi la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.
- 3) On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 3}$
- 0,25 3) a) Calculer  $v_0$
- 0,5 3) b) Montrer que  $v_{n+1} = \frac{2v_n - 7}{v_n - 3}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0,5 3) c) En déduire que  $v_{n+1} - v_n = 1$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0,5 3) d) Montrer que  $v_n = \frac{3}{2} + n$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$
- 0,5 4) a) Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \frac{3v_n - 4}{v_n - 1}$
- 0,25 4) b) En déduire que  $u_n = \frac{6n+1}{2n+1}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .
- 0,25 4) c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**Exercice 2 : (3 points)**

Les résultats seront donnés sous forme de fractions.

Pour passer un contrôle oral de mathématiques à ses élèves, un professeur prépare dix exercices de trois domaines comme suit : cinq en algèbre, trois en analyse et deux en géométrie.

Un élève choisit au hasard et simultanément 3 exercices pour passer le contrôle. Tous les exercices ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

A : « Le choix de l'élève ne contient que des exercices d'algèbre »

B : « Le choix de l'élève contient un exercice de chaque domaine »

C : « Parmi les trois exercices choisis, il y a un seul de géométrie »

- 1 1) Montrer que  $p(A) = \frac{1}{12}$
- 1 2) Calculer  $p(B)$
- 1 3) Calculer  $p(C)$

**Exercice 3 :(4 points)**

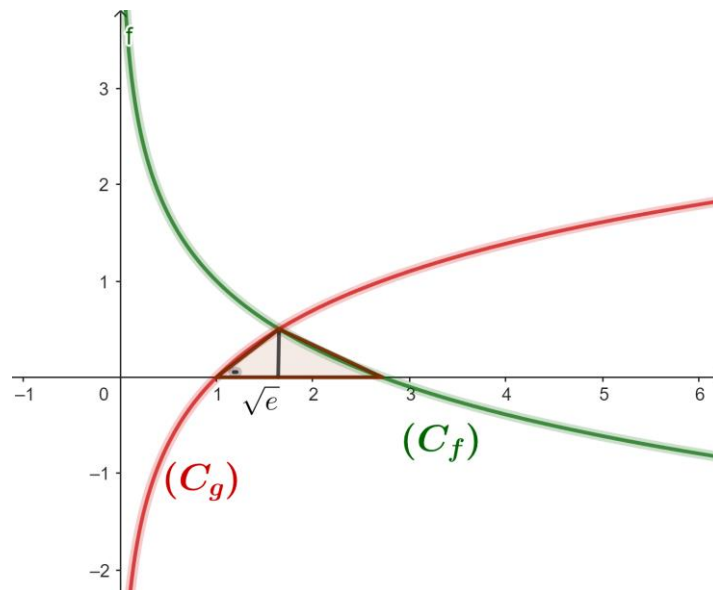
On considère les fonctions numériques  $f$  et  $g$  de la variable réelle  $x$  définies sur  $]0, +\infty[$  par :

$$f(x) = 1 - \ln x \text{ et } g(x) = \ln x$$

$(C_f)$  et  $(C_g)$  sont les courbes représentatives respectives de  $f$  et  $g$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 0,5 1) Calculer  $f(e)$  et  $g(\sqrt{e})$
- 0,5 2) Déterminer algébriquement les coordonnées du point d'intersection de  $(C_f)$  et  $(C_g)$
- 1 3) a) Montrer que  $\int_1^{\sqrt{e}} g(x) dx = \frac{2 - \sqrt{e}}{2}$  (on pourra utiliser une intégration par parties)
- 1 3) b) Calculer  $\int_{\sqrt{e}}^e f(x) dx$
- 1 3) c) En déduire que l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie colorée est  $\mathcal{A} = (\sqrt{e} - 1)^2$  u.a.

(on remarquera que  $e - 2\sqrt{e} + 1 = (\sqrt{e} - 1)^2$ )



**Exercice 4 :(8 points)**

On considère la fonction numérique  $h$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :

$$h(x) = (\ln x)^3 - 3 \ln x$$

et  $(C_h)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- 0,25 1) a) Vérifier que  $h(x) = \ln x ((\ln x)^2 + 3)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$

- 0,5 1) b) Montrer que  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} h(x) = -\infty$  puis donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1,25 1) c) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x}$ , puis donner une interprétation géométrique du résultat  
 (on admettra que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ )
- 1,5 2) Vérifier que l'ensemble des solutions de l'équation  $h(x) = 0$  est  $\{e^{-\sqrt{3}}, 1, e^{\sqrt{3}}\}$
- 1 3) a) Montrer que  $h'(x) = \frac{3}{x}(\ln x - 1)(\ln x + 1)$  pour tout  $x$  de  $]0, +\infty[$ .
- 1 3) b) Montrer que :  $h'(x) \geq 0$  sur  $]0, \frac{1}{e}] \cup [e, +\infty[$  et  $h'(x) \leq 0$  sur  $[\frac{1}{e}, e]$
- 1 3) c) Calculer  $h\left(\frac{1}{e}\right)$  et  $h(e)$ , puis dresser le tableau de variations de  $h$
- 1,5 4) A l'aide du tableau de variations de  $h$ , donner l'image de chacun des intervalles  $I = \left[\frac{1}{e}, e\right]$  et  $J = ]0, +\infty[$  par la fonction  $h$ .

FIN

Smail Jaâfari

HTTP://WWW.DIMAMATH.COM