Chapitre 0 : Rappels sur les suites numériques

1 – Généralités

1 - 1 - Mode de génération d'une suite

⌘ suites définies par une expression explicite

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique où $I=\{n\in\mathbb{N} / n\geq p\}$ $(p\in\mathbb{N})$. La suite $(u_n)_{n\in I}$ est dite « définie par une expression explicite » s'il existe une fonction f définie sur l'intervalle $[p;+\infty[$ telle que :
$(\forall n\in I);u_n=f(n)$

Exemples :

Les suites (u_n) définies par : $u_n=n^3-n+1$; $u_n=\dfrac{2n-1}{n+1}$; $u_n=3^{n+1}$; $u_n=cos\left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}}\right)$ … sont des suites explicites

⌘ Suites récurrentes

Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite numérique où $I=\{n\in\mathbb{N} / n\geq p\}$ $(p\in\mathbb{N})$. La suite $(u_n)_{n\in I}$ est une suite récurrente si elle est définie par la donnée de l'un de ses termes et une relation de récurrence donnant chacun de ses termes en fonction des termes qui le précédent

Exemples :

Les suites définies par : $(u_n)_{n\geq 1}:\begin{cases}u_1=2\\u_{n+1}=3u_n-5;\ n\in\mathbb{N}^*\end{cases}$, $(v_n):\begin{cases}v_0=0\\v_{n+1}=\dfrac{2v_n+1}{v_n+2};n\in\mathbb{N}\end{cases}$ et $(w_n):\begin{cases}w_0=0\ et\ w_1=-1\\w_{n+2}=2w_{n+1}+3w_n;n\in\mathbb{N}\end{cases}$ sont des suites récurrentes.

1 - 2 - Suites majorées – Suites minorées – Suites bornées

Définitions

Soit $I=\{n\in\mathbb{N} / n\geq n_0\}$ où $n_0\in\mathbb{N}$ et une suite numérique $(u_n)_{n\in I}$.

Dire que la suite $(u_n)_{n\in I}$ est majorée signifie que : $(\exists M\in\mathbb{R})(\forall n\in I):u_n\leq M$. Le nombre réel M est appelé « un majorant de la suite $(u_n)_{n\in I}$ »

Dire que la suite $(u_n)_{n\in I}$ est minorée signifie que : $(\exists m\in\mathbb{R})(\forall n\in I);u_n\geq m$. Le nombre réel m est appelé « un minorant de la suite $(u_n)_{n\in I}$ »

Dire que la suite $(u_n)_{n\in I}$ est bornée signifie que : $\left[\exists(m;M)\in\mathbb{R}^2\right](\forall n\in I);m\leq u_n\leq M$

Remarques :

1/ Soit $(u_n)_{n\in I}$ une suite telle que : $(\forall n\in I);u_n=f(n)$. Pour montrer que $(u_n)_{n\in I}$ est majorée par M sur I (respectivement minorée par m sur I) il suffit de montrer que la fonction f est majorée par M sur un intervalle contenant I (respectivement f minorée par m)

2/ Soit $(u_n)_{n\in I}$ telle que : $(\forall n\in I);u_{n+1}=f(u_n)$. Pour montrer que $(u_n)_{n\in I}$ est majorée par M sur I (respectivement minorée par m sur I), on raisonne généralement par récurrence

Exemples :

Chapitre 0 : Rappels sur les suites numériques

1/ Soit (u_n) la suite définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = \frac{2n+3}{n+1}$. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 2 < u_n \leq 3$

Soit f la fonction associée à la suite (u_n) définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}^+$ et on a : $f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$. Comme $(\forall x \in \mathbb{R}^+) ; f'(x) < 0$, alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^+$ D'où $(\forall x \in \mathbb{R}^+) ; \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) < f(x) \leq f(0)$ et par suite $2 < f(x) \leq 3$. Par conséquent $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 2 < u_n \leq 3$.

Théorème

Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est une suite bornée $\Leftrightarrow$ $(\exists M > 0)(\forall n \in I) ; |u_n| \leq M$

1 - 3 - Monotonie d'une suite numérique

Définition

- Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est croissante si, et seulement si, $\left(\forall (n;m) \in I^2\right) ; n \leq m \Rightarrow u_n \leq u_m$
- Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est décroissante si, et seulement si, $\left(\forall (n;m) \in I^2\right) ; n \leq m \Rightarrow u_n \geq u_m$
- Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est strictement croissante si, et seulement si, $\left(\forall (n;m) \in I^2\right) ; n < m \Rightarrow u_n < u_m$
- Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est strictement décroissante si, et seulement si, $\left(\forall (n;m) \in I^2\right) ; n < m \Rightarrow u_n > u_m$
- Une suite $(u_n)_{n \in I}$ est constante si, et seulement si, $\left(\forall (n;m) \in I^2\right) ; u_n = u_m$

Théorème

Soit $(u_n)_{n \in I}$ une suite numérique où $I = \{n \in \mathbb{N} \,/\, n \geq p\}$ et p un entier naturel connu.

- $(u_n)_{n \in I}$ est croissante $\Leftrightarrow (\forall n \in I) ; u_{n+1} - u_n \geq 0$
- $(u_n)_{n \in I}$ est strictement croissante $\Leftrightarrow (\forall n \in I) ; u_{n+1} - u_n > 0$
- $(u_n)_{n \in I}$ est décroissante $\Leftrightarrow (\forall n \in I) ; u_{n+1} - u_n \leq 0$
- $(u_n)_{n \in I}$ est strictement décroissante $\Leftrightarrow (\forall n \in I) ; u_{n+1} - u_n < 0$
- $(u_n)_{n \in I}$ est constante $\Leftrightarrow (\forall n \in I) ; u_{n+1} - u_n = 0$

<u>Remarque</u>

1/ Si $(u_n)_{n \in I}$ est définie par : $(\forall n \in I) ; u_n = f(n)$ alors la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in I}$ est la même que celle de la fonction f sur l'intervalle $[p ; +\infty[$

2/ Si $(u_n)_{n \in I}$ est une suite récurrente telle que $(\forall n \in I) ; u_{n+1} = f(u_n)$ alors les monotonies de la suite $(u_n)_{n \in I}$ et de la fonction sont, en général, indépendantes.

<u>Exemples</u>

1/ Soit la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ définie par : $\left(\forall n \in \mathbb{N}^*\right) ; u_n = \frac{1}{n}$. La fonction associée à cette suite est f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\frac{1}{x}$ qui est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$, alors la suite $]0;+\infty[$ est strictement décroissante.

2/ Soit (v_n) la suite numérique définie par : $\begin{cases} v_0=1 \\ v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n-1; n\in\mathbb{N}\end{cases}$

a/ Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}); -2<v_n\leq 1$

b/ Etudier les variations de la suite (v_n)

Réponse :

En effet pour la question a/ on l'a déjà résolu précédemment. (voir exemple précédent)

b/ Soit $n\in\mathbb{N}$, on a : $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{2}v_n--1-v_n=-\frac{1}{2}(v_n+2)$ .Comme on $v_n+2>0$ et $-\frac{1}{2}<0$ $alors$ $v_{n+1}-v_n<0$. Alors la suite (v_n) est strictement décroissante

2 – Suites arithmétiques

2 - 1 - Comment reconnaitre une suite arithmétique ?

Définition :

Une suite $(u_n)_{n\geq n_0}$ est arithmétique si, et seulement si, il existe un réel r tel que $u_{n+1}-u_n=r$ pour tout entier naturel $n\geq p$. Autrement dit :

$(u_n)_{n\geq n_0}$ est arithmétique $\Leftrightarrow$ $(\exists r\in\mathbb{R}^*)(\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0); u_{n+1}-u_n=r$

La constante r est appelée « la raison de la suite arithmétique $(u_n)_{n\geq n_0}$ »

Exemples

1) La suite (u_n) définie par : $(\forall n\in\mathbb{N}),\ u_n=3n-2$ est une suite arithmétique de raison $r=3$ et de premier terme $u_0=-2$ car on a : $(\forall n\in\mathbb{N}),\ u_{n+1}-u_n=3(n+1)-2-(3n-2)=\cancel{3n}+3-\cancel{2}-\cancel{3n}+\cancel{2}=3$

2) Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\frac{u_n}{1+2u_n}, n\in\mathbb{N}\end{cases}$ et la suite (v_n) définie par : $v_n=\frac{1}{u_n}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

a) Calculer $u_1,\ u_2,\ v_0,\ v_1$ et v_2

b) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique dont déterminera la raison

Réponse

a) $u_1=\frac{1}{3},\ u_2=\frac{1}{5},\ v_0=1,\ v_1=3$ et $v_2=5$

b) On a : $v_{n+1}-v_n=\frac{1}{u_{n+1}}-\frac{1}{u_n}=\frac{1}{\frac{u_n}{1+2u_n}}-\frac{1}{u_n}=\frac{1+2u_n}{u_n}-\frac{1}{u_n}=\frac{1+2u_n-1}{u_n}=\frac{2u_n}{u_n}=2$

Donc (v_n) est une suite arithmétique de raison $r=2$.

2 - 2 - Expression du terme général d'une suite arithmétique

Théorème :

Chapitre 0 : Rappels sur les suites numériques

Soit $(u_n)_{n\geq n_0}$ une suite arithmétique de raison r et p un entier naturel tel que $p \geq n_0$. Alors :

- ★ $(\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0); u_n - u_p = (n-p)\times r$
- ★ $(\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0); u_n = u_p + (n-p)\times r$

Exemples

1) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $r = -2$.

a) Calculer u_n en fonction de n

b) En déduire les valeurs des 5 premiers termes de la suite (u_n).

2) Soit (v_n) la suite arithmétique telle que $v_{12} = 17$ *et* $v_6 = -7$

a) Déterminer la raison r de la suite arithmétique (v_n)

b) Déterminer v_n en fonction de n

c) Calculer v_0, v_{10} *et* v_{100}

Réponses

Corollaire 1

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0. Alors :

$(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = u_0 + nr$

2 – 3 - Somme des premiers termes d'une suite arithmétique

Théorème

Soit $(u_n)_{n\geq n_0}$ une suite arithmétique.

$\forall (n;p) \in \mathbb{N}^2$ tels que $n \geq n_0$ *et* $p \geq n_0$, alors $\sum_{k=p}^{n} u_k = (n-p+1)\times \frac{u_p + u_n}{2}$

Corollaire 1

Soit (u_n) une suite arithmétique, alors : $(\forall n \in \mathbb{N}); \sum_{k=0}^{n} u_k = (n+1)\frac{u_0 + u_n}{2}$

Corollaire 2

$(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ 1+2+3+...+n = \frac{n(n+1)}{2}$

Exemples

1) Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$ et $u_6 = 5$.

a) Calculer u_0

b) Calculer u_{13}

c) Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + ... + u_{13}$

2) Soit $(v_n)_{n\geq 1}$ la suite arithmétique telle que $v_5 = 11$ *et* $v_{31} = 115$

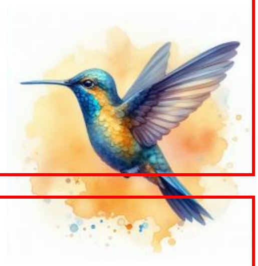
Calculer la somme $S' = \sum_{k=5}^{31} v_k$

2 – 4 - Propriété caractéristique d'une suite arithmétique

Propriété :(caractérisation d'une suite arithmétique)

Soit $(u_n)_{n\geq n_0}$ une suite numérique.

$(u_n)_{n\geq n_0}$ est une suite arithmétique $\Leftrightarrow (\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0); u_{n+1}=\dfrac{u_n+u_{n+2}}{2}$



Conséquence

Soit a, b et c trois nombres réels.

a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une suite arithmétique $\Leftrightarrow b=\dfrac{a+c}{2}$

2 – 5 – Monotonie d'une suite arithmétique

Théorème

Soit $(u_n)_{n\geq n_0}$ une suite arithmétique de raison r. Alors :

- $(u_n)_{n\geq n_0}$ est strictement croissante $\Leftrightarrow r>0$
- $(u_n)_{n\geq n_0}$ est strictement décroissante $\Leftrightarrow r<0$
- $(u_n)_{n\geq n_0}$ est constante $\Leftrightarrow r=0$

<u>Exercice</u>

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=\dfrac{4u_n-1}{u_n+2}; n\in\mathbb{N}\end{cases}$ et la suite (v_n) définie par :

$$(\forall n\in\mathbb{N}); v_n=\frac{1}{u_n-1}.$$

1/ Montrer que la suite (v_n) est arithmétique dont on déterminera la raison

2/ Exprimer v_n en fonction de n

3/ Exprimer u_n en fonction de v_n, puis en fonction de n

4/ Calculer, en fonction de n, la somme $S_n=\sum_{k=2}^{n} v_k$

3 – Suites géométriques

3 – 1 – Comment reconnaitre une suite géométrique ?

Définition

Une suite $(v_n)_{n\geq n_0}$ est géométrique si, et seulement si, il existe un réel non nul q tel que

$v_{n+1}=q\times v_n$ pour tout entier naturel $n\geq n_0$. Autrement dit :

$(v_n)_{n\geq n_0}$ est géométrique $\Leftrightarrow \left(\exists q\in\mathbb{R}^*\right)(\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0); v_{n+1}=q\times v_n$.

Le nombre réel q est appelé « la raison de la suite géométrique $(v_n)_{n\geq n_0}$ »

Remarque

On peut aussi dire que $(v_n)_{n\geq n_0}$ est géométrique $\Leftrightarrow \left(\exists q\in\mathbb{R}^*\right)\left(\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0\right): \dfrac{v_{n+1}}{v_n}=q$

Exemples

Parmi les suites (u_n), (v_n) et (w_n) définies par : $(\forall n\in\mathbb{N})$, $u_{n+1}-5u_n=0$; $v_n=2\times 3^{2n+1}$; $w_n=1+2^n$

Laquelle est une suite géométrique ? Justifier les réponses

Réponses

- Pour la suite (u_n), on a : $u_{n+1}-5u_n=0 \Leftrightarrow u_{n+1}=5u_n$. Alors la suite (u_n) est géométrique de raison $q=5$
- Pour la suite (v_n), on a : $v_{n+1}=2\times 3^{2(n+1)+1}=2\times 3^{2n+3}=2\times 3^{2n+1}\times 3^2=u_n\times 9$. Alors la suite (v_n) est géométrique de raison $q=9$.
- Pour la suite (w_n), on a $w_0=1+2^0=2;\ w_1=1+2^1=3\ et\ w_2=1+2^2=5$

  Comparons $\dfrac{w_1}{w_0}$ et $\dfrac{w_2}{w_1}$. On a : $\dfrac{w_1}{w_0}=\dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{w_2}{w_1}=\dfrac{5}{3}$. Comme $\dfrac{3}{2}\neq\dfrac{5}{3}$, alors la suite (w_n) n'est pas géométrique.

3 – 2 – Expression du terme général d'une suite géométrique

Théorème

Soit $(v_n)_{n\geq n_0}$ une suite géométrique de raison q et soit p un entier naturel tel que $p\geq n_0$. Alors :

- $(\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0);\ v_n=v_p\times q^{n-p}$

Corollaire

Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q\neq 1$ et de premier terme v_0. Alors :

- $(\forall n\in\mathbb{N}); v_n=v_0\times q^n$

Exemples

1) Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0=3$ et de raison $q=\sqrt{2}$.

a) Déterminer v_n en fonction de n.

b) En déduire $v_3;\ v_5\ et\ v_{10}$

2)

3 – 3 – Somme des premiers termes d'une suite géométrique

Théorème

Soit $(v_n)_{n\geq n_0}$ une suite géométrique de raison $q\in\mathbb{R}^*-\{1\}$.

$\forall(n;p)\in\mathbb{N}^2$ tels que $n\geq n_0\ et\ p\geq n_0$, alors $\displaystyle\sum_{k=p}^{n}v_k=v_p+v_{p+1}+\ldots+v_n=v_p\times\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}$

Corollaire 1

Soit $(v_n)_{n\geq n_0}$ une suite géométrique de raison $q\in\mathbb{R}^*-\{1\}$. Alors :

$\forall n\in\mathbb{N}$ tels que $n\geq n_0$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}v_k=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n=v_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Corollaire 2

$$\left(\forall q\in\mathbb{R}\setminus\{1\}\right)\left(\forall n\in\mathbb{N}\right);\ 1+q+q^2+\ldots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

3 – 4 – Propriété caractéristique d'une suite géométrique

Propriété caractéristique d'une suite géométrique :

Soit $(v_n)_{n\geq n_0}$ une suite numérique.

$(v_n)_{n\geq n_0}$ est géométrique $\Leftrightarrow \left(\forall n\in\mathbb{N}, n\geq n_0\right);\ \left(v_{n+1}\right)^2=v_n\times v_{n+2}$

Conséquence

Soit a , b et c trois nombres réels.

a, b et c sont, dans cet ordre, trois termes consécutifs d'une progression géométrique $\Leftrightarrow b^2=a\times c$

3 – 5 – Monotonie d'une suite géométrique

Théorème

Soit $(v_n)_{n\geq n_0}$ une suite géométrique de raison $q\neq 0$ et de premier terme v_{n_0} . Alors :

q	$q<0$	$0<q<1$		$q=1$	$q>1$	
Signe de v_{n_0}	-	$v_{n_0}>0$	$v_{n_0}<0$	-	$v_{n_0}>0$	$v_{n_0}<0$
Monotonie de $(v_n)_{n\geq n_0}$	Ni croissante Ni décroissante	Décroissante	Croissante	Constante	Croissante	Décroissante

Exemple :

Soit $(v_n)_{n\geq1}$ *et* $(w_n)_{n\geq1}$ *les suite définie par :* $\begin{cases} v_1=\dfrac{1}{2} \\ v_{n+1}=\dfrac{3v_n+2}{v_n+4}\ ;n\in\mathbb{N}^* \end{cases}$ *et* $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right);w_n=\dfrac{v_n-1}{v_n+2}$

1/ Montrer que la suite $(w_n)_{n\geq1}$ est géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

2/ Exprimer w_n en fonction de n, pour tout $n\in\mathbb{N}^*$

3/ Exprimer v_n en fonction de w_n , puis exprimer v_n en fonction de n.

4/ Calculer en fonction de n, la somme $S_n=\sum_{k=2}^{n}w_k$.

4 – Suites arithmético-géométriques

4 – 1 – Comment reconnaitre une suite arithmético-géométrique ?

Définition

Soit (u_n) une suite numérique et a et b deux nombres réels.

On dit que la suite (u_n) est une suite arithmético-géométrique si elle est définie par un premier terme et la relation de récurrence $u_{n+1}=a\,u_n+b$

Exemples

- La suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n + 1 \end{cases}$ est une suite arithmético-géométrique.

  Et on a : $v_0 = 1$; $v_1 = 1{,}5$; $v_2 = 1{,}75$; $v_3 = 1{,}875$...
- La suite (b_n) définie par : $\begin{cases} b_0 = 10000 \\ b_{n+1} = 0{,}95 b_n + 1000 \end{cases}$ est une suite arithmético-géométrique.

Remarques

- Si $a = 1$ et $b \neq 0$, la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison b.
- Si $a \neq 0$ et $b = 0$, la suite (u_n) est une suite géométrique de raison a.

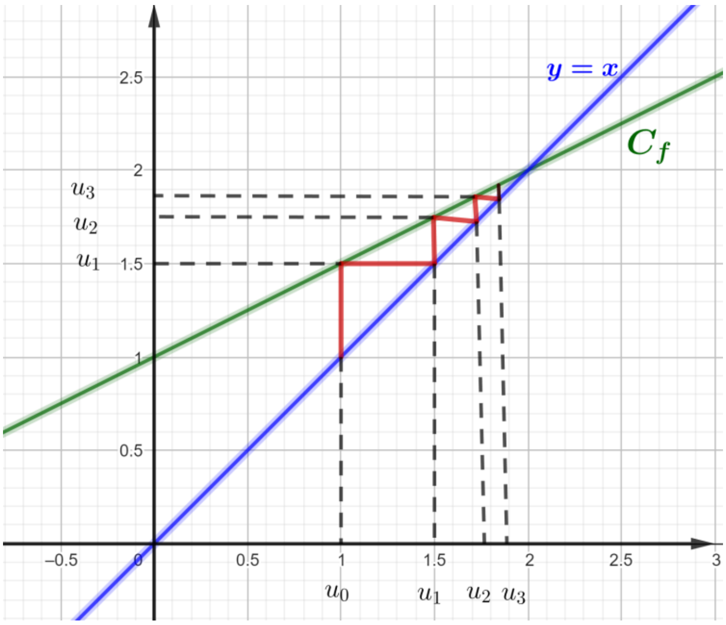
4 – 2 – Représentation graphique d'une suite arithmético-géométrique

Pour représenter graphiquement dans un repère orthogonal sur l'axe des abscisses les termes d'une suite arithmético-géométrique définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = a u_n + b$, on considère la fonction numérique f définie par $f(x) = ax + b$.

Exemple

On reprend l'exemple de la suite (v_n) définie par : $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n + 1 \end{cases}$.

On trace dans un repère orthonormé la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$ et la droite d'équation $y = x$ puis on place $v_0 = 1$ sur l'axe des abscisses : on obtient une figure comme la suivante



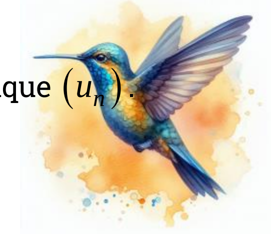
4 – 3 – Suites arithmético-géométriques et suites géométriques associées

Proposition

Soit (u_n) une suite arithmético-géométrique définie pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = a u_n + b$ où a et b sont deux réels tels que $a \neq 1$ et $b \neq 0$ et $\alpha = \dfrac{b}{1-a}$.

Alors la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - \alpha$ est une suite géométrique de raison a

Remarques



- **La suite** (v_n) est la suite géométrique associée à la suite arithmético-géométrique (u_n).
- Si $u_{n+1} = a u_n + b$ alors $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a}$ est une suite géométrique de raison a.

Exemple

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$. La suite géométrique associée à (u_n) est définie par : $v_n = u_n - \dfrac{b}{1-a} = u_n - \dfrac{1}{1-0,5} = u_n - 2$ a pour raison $0,5$.

Alors $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = v_0 \times 0,5^n = -1 \times 0,5^n = -0,5^n$ donc $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = v_n + 2 = 2 - 0,5^n$

4 – 4 – Expression d'une suite arithmético-géométrique en fonction de n

Proposition

Soit (u_n) une suite arithmético-géométrique définie pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = a u_n + b$ où a et b sont deux réels tels que $a \neq 1$ et $b \neq 0$ et $\alpha = \dfrac{b}{1-a}$. Soit (v_n) définie par $v_n = u_n - \alpha$, la suite géométrique associée à la suite (u_n). Alors :

- ★ $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = v_0 \times a^n$
- ★ $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \dfrac{b}{1-a} + v_0 \times a^n$

Exercice

Au 1er janvier 2018, une association comptait 2500 adhérents. Une étude a permis de modéliser l'évolution future du nombre d'adhérents de l'association.

Chaque mois :

- 4% des adhérents de l'association ne renouvellent pas leur adhésion.
- 80 nouvelles personnes adhérent à l'association.

1) On note u_n une estimation du nombre d'adhérents de l'association n mois après le 1er janvier 2018. Justifier que la suite (u_n) définie par $u_0 = 2500$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,96u_n + 80$ modélise l'évolution mensuelle du nombre d'adhérents de l'association.

2) Résoudre l'équation $0,96x + 80 = x$

3) On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n, par : $v_n = u_n - 20$.

a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison

b) En déduire une expression du terme général u_n en fonction de n.

4) Etudier le sens de variation de la suite (u_n)