Exercice 1 (SR2004)

Une urne contient 10 boules blanches et 10 boules rouges indiscernables au toucher.

On tire au hasard une boule de l'urne : Si la boule tirée est rouge on la remet dans l'urne, et si la boule tirée est blanche on met 3 boules rouges dans l'urne, puis on tire une boule de l'urne.

1) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules rouges.

2) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules blanches.

3) Calculer la probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes.

4) Calculer la probabilité pour que la première boule tirée soit blanche sachant que la deuxième boule soit blanche.

Exercice 2 (SR2005)

Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 20.

Un sac contient 10 boules blanches et $(n-10)$ boules noires. On suppose que toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On tire une boule du sac et on note sa couleur puis on la remet dans le sac. On répété cette expérience n fois et on note p_k la probabilité d'obtenir k boules blanches $(0 \leq k \leq n)$.

1) Calculer p_k en fonction de n et de k.

2) On pose : $u_k = \dfrac{p_{k+1}}{p_k}$ tels que $k \in \{0,1,2,\dots,(n-1)\}$.

a) Montrer que : $u_k = \dfrac{(n-k)}{(k+1)} \times \dfrac{10}{(n-10)}$

b) Montrer que : $[0 \leq k \leq 9 \Leftrightarrow u_k \geq 1]$ et $[10 \leq k \leq n-1 \Leftrightarrow u_k \leq 1]$

c) En déduire la plus grande valeur M de p_k quand k décrit $\{0,1,2,\dots,n\}$ et montrer que :

$$M = \frac{n!}{n^n} \times \frac{10^{10}}{10!} \times \frac{(n-10)^{n-10}}{(n-10)!}$$

Exercice 3 (SR2006)

On distribue au hasard quatre boules indiscernable au toucher et numérotées 1 – 2 – 3 – 4 sur six personnes A – B – C – D – E – F (Chaque personne peut obtenir 0, 1, 2, 3 ou 4 boules).

1) Quel est le nombre des possibilités de distribuer les quatre boules par les six personnes ?

2) Calculer la probabilité que la personne A obtienne au moins une boule.

3) Calculer la probabilité de l'événement suivant : « La somme des nombres de boules obtenues par les personnes B et C soit égale au nombre de boules obtenues par la personne A »

Exercice 4 (SR2007)

Soit n un entier naturel impair supérieur ou égal à 3. On considère les n boites sont numérotées de 1 à n.

La boite numéro k tel que : $(1 \leq k \leq n)$ contient k boules blanches et $(n-k)$ boules noires.

On choisit au hasard une boite parmi les n boites, puis on tire de cette boite une seule boule.

1) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.

2) Calculer la probabilité que le tirage soit effectué dans une boite portant un numéro impair.

3) Calculer la probabilité d'obtenir une boule blanche sachant que le tirage soit effectué dans une boite portant un numéro impair.

Exercice 5 (SR2016)

On considère deux boites U et V telles que : La boite U contient 4 boules rouges et 4 boules bleues et la boite V contient 2 boules rouges et 4 boules bleues. On suppose que toutes les boules sont indiscernables au toucher.

On considère l'expérience suivante : On tire au hasard une boule de la boite U, si elle rouge on la remet dans la boite V et on tire au hasard une boule de la boite V ; et si elle est bleue on la met de côté et on tire au hasard une boule de la boite V.

On note R_U l'événement : « La boule tirée de la boite U est rouge »

B_U l'événement : « La boule tirée de la boite V est bleue »

R_V l'événement : « La boule tirée de la boite V est rouge »

B_V l'événement : « La boule tirée de la boite V est bleue »

1) Calculer la probabilité de chacun des deux événements R_U et B_U .

2) a) Calculer la probabilité de l'événement B_V sachant que l'événement R_U est réalisé.

b) Calculer la probabilité de l'événement B_V sachant que l'événement B_U est réalisé.

3) Montrer que la probabilité de l'événement B_V est égale à $\frac{13}{21}$.

4) Déduire la probabilité de l'événement R_V .