



## I – Vocabulaire et définitions

### 1 – Une étude statistique :

Est une étude d'un phénomène ou d'un caractère qui caractérise un groupe d'individus.

### 2 – La population statistique :

Est l'échantillon ou l'ensemble, des individus ou unités statistiques, qui fait l'objet de l'étude statistique.

### 3 – Le caractère ou la variable statistique :

Est le phénomène étudié et qui est une propriété qu'on peut observer ou mesurer sur chaque individu de la population. On peut trouver deux types :

#### a – caractère qualitatif :

Un caractère qu'on ne peut pas exprimer par des nombres (sexe, couleur des yeux, marque de voiture ,couleurs de la peau,...)

#### b – Caractère quantitatif :

Un caractère qu'on peut exprimer avec des nombres (âges, taille, notes, nombre d'enfants...). On peut Trouver deux types de caractère quantitatif : caractère quantitatif discret et caractère quantitatif continu.

### 4 – L'effectif d'une série statistique :

#### a – Effectif :

Est le nombre d'individus de la population qui ont le même caractère.

#### b – Effectif total :

Le nombre d'individus de la population étudiée.  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

#### c – Effectif cumulé croissant :

La somme des effectifs de tous les caractères dont les valeurs sont inférieures à une valeur donnée.

### 5) La fréquence d'une série statistique

#### a – Fréquence :

Est le quotient d'une valeur du caractère par l'effectif total  $f_i = \frac{n_i}{N}$

#### b – Fréquence cumulée croissante :

Le quotient de l'effectif cumulé de cette valeur par l'effectif total

### 6 – Le pourcentage :

Est le produit de la fréquence par 100.  $p_i = f_i \times 100$ .

### 7 – L'étendue :

L'étendue d'une série statistique quantitative discrète est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

8 - La série statistique : est la distribution de valeurs d'un caractère étudié dans une population statistique.

## II – Tableaux et diagrammes

### 1 – Série statistique discrète

#### Exemple 1

On considère la série statistique qui donnent les notes sur 100 obtenues par dix candidats :

60 – 90 – 50 – 80 – 60 -70 – 40 – 70 – 50 – 50.

#### Exemple 2

Dans une classe de 20 élèves, les notes lors d'un devoir de mathématiques sont données comme suit :

4 – 4 – 6 – 6 – 6 – 8 – 8 – 8 – 8 - 12 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 15 – 15 – 17 – 17 – 19 .

★ L'effectif total de cette série statistique est : 20

★ Tableau des effectifs et des fréquences

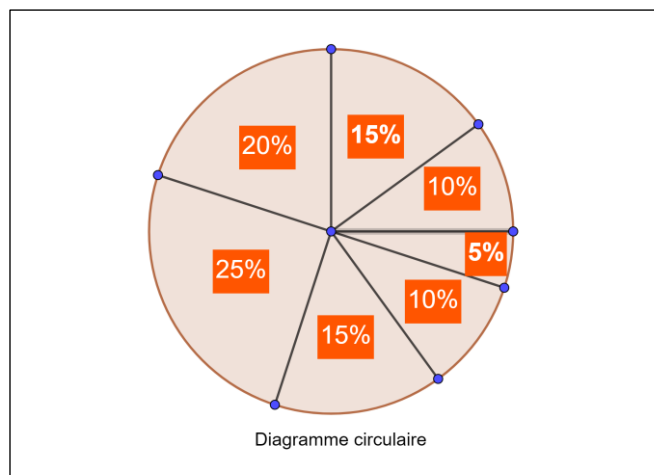
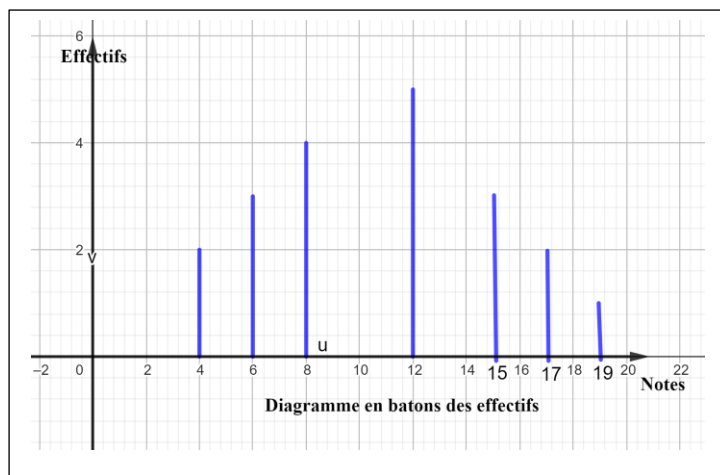
On désigne par ECC : les effectifs cumulés

Croissants

note	4	6	8	12	15	17	19
Effectifs	2	3	4	5	3	2	1
ECC	2	5	9	14	17	19	20
Fréquences	0,10	0,15	0,20	0,25	0,15	0,10	0,05
Pourcentages	10%	15%	20%	25%	15%	10%	5%
FCC	0,10	0,25	0,45	0,70	0,85	0,95	1



Et on désigne par FCC : les fréquences cumulées croissantes



## 2 – Série statistique continue

### Remarque

Si le caractère est quantitatif et le nombre de ses valeurs est très grand, on peut restreindre l'étude sur des intervalles de la forme  $[a, b[$  ayant la même amplitude, appelés classes, dont le centre est  $\frac{a+b}{2}$ . La série statistique est dite continue.

### Exemple 1

Le relevé suivant donne les âges des travailleurs dans une entreprise :

16 – 26 – 34 – 17 – 22 – 45 – 36 – 27 – 29 – 25 – 19 – 18 – 32 – 42 – 21 – 33 – 35 – 16 – 26 – 34 – 17 – 22 – 38 – 36 – 27 – 29 – 38 – 13 – 18 – 32 – 30 – 39.

- 1) Quelle est la population statistique de cette série ?
- 2) Déterminer le caractère de cette série statistique et préciser son genre.
- 3) Recopier et compléter le tableau suivant :

Age en année	$[10, 20[$	$[20, 30[$	$[30, 40[$	$[40, 50[$
Centre des classes	15			
Effectifs				

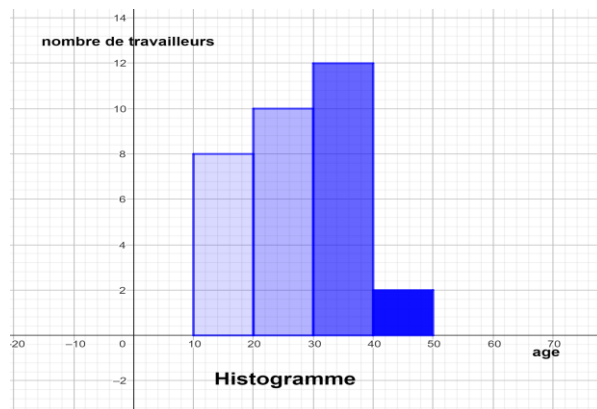
- 4) Quel le nombre des travailleurs de l'entreprise ?
- 5) Déterminer le pourcentage des travailleurs dont l'âge est inférieur à 20 ans.
- 6) Déterminer la fréquence de la classe  $[20, 30[$ .
- 7) Construire l'histogramme de cette série statistique

### Réponses

- 1) La population statistique est constituée des travailleurs de l'entreprise.
- 2) Le caractère étudié est l'âge des travailleurs de l'entreprise, ce caractère est quantitatif continu
- 3)

Age en année	$[10, 20[$	$[20, 30[$	$[30, 40[$	$[40, 50[$
Centre des classes	15	25	35	45
Effectifs	8	10	12	2

- 4) Le nombre des travailleurs de l'entreprise est l'effectif total  $N = 32$
- 5) Le pourcentage des travailleurs dont l'âge est inférieur à 20 est égal à  $\frac{8}{32} \times 100 = 25\%$
- 6) La fréquence de la classe  $[20, 30[$  est égale à :  $\frac{10}{32} = 0,3125$
- 7)



### III – Les paramètres de position

#### 1 – Le mode et la classe modale

##### Définition

- ▲ Le **mode** d'une série statistique à caractère quantitatif discret est **la valeur du caractère qui a le plus grand effectif**
- ▲ La **classe modale** d'une série statistique à caractère quantitatif continu est **la classe qui a le plus grand effectif**

##### Exemple 1

Le tableau suivant donne la distribution des notes obtenues par les 27 élèves d'une classe :

notes	8	10	14	17	19
effectif	4	6	10	5	2

La note la plus répandue est le mode de cette série statistique qui est 14. (Elle est obtenue par le plus grand nombre d'élèves : 10 élèves)

##### Exemple 2

Le tableau suivant donne les tailles des joueurs dans un club sportif :

Taille en cm	[160,170[	[170,180[	[180,190[	[190,200[
Effectif	7	25	24	5

La taille la plus répandue dans ce club est comprise entre 170 cm et 180 cm, donc la classe modale est [170,180[.

#### 2 – La moyenne arithmétique

##### Définition

- ▲ La moyenne arithmétique d'une série statistique est égale à la somme de toutes les valeurs du caractère divisée par l'effectif total.

Autrement dit :  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$  où N est l'effectif total.

- ▲ La moyenne arithmétique d'une série statistique est égale à la somme des produits des valeurs du caractère multipliée par leur effectif, divisée par l'effectif total.

Autrement dit :  $\bar{x} = \frac{n_1 \times x_1 + n_2 \times x_2 + \dots + n_p \times x_p}{N}$

- ▲ La moyenne arithmétique d'une série statistique est égale à la somme des produits des valeurs du caractère par leur fréquence.

Autrement dit :  $\bar{x} = n_1 \times f_1 + n_2 \times f_2 + \dots + n_p \times f_p$

##### Exemple 1

Le relevé suivant donne les températures en degré à Mohammedia de chaque mois de 2022 :

10 – 9 – 12 – 17 – 24 – 28 – 30 – 32 – 29 – 27 – 22 – 20.



Déterminer la température moyenne à Mohammedia en 2022.

### Réponse

La température moyenne est la moyenne arithmétique de la série statistique donnant les températures de chaque mois de l'année 2022, donnée par :  $\bar{x} = \frac{10+9+12+17+24+28+30+32+29+27+22+20}{12} = 22,5^\circ$

### Exemple 2

Dans un quartier, on a effectué une enquête sur le nombre d'enfants par famille. Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Nombre d'enfants	0	1	2	3
Nombre de familles	10	6	12	8

- 1) Quel est le mode de cette série statistique ?
- 2) Calculer la moyenne de cette série statistique .

### Réponse

1) Le mode de la série statistique est la valeur qui a le plus grand effectif. Donc le mode est 2.

2) La moyenne de la série statistique est :  $\bar{x} = \frac{10 \times 0 + 6 \times 1 + 12 \times 2 + 8 \times 3}{36} = \frac{54}{36} = \frac{3}{2}$

### Exemple 3

Lors d'un tournoi sportif, on a obtenu les résultats du lancer du poids donnés dans le tableau ci-dessous :

Longueur du lancer (m)	[30,35[	[35,40[	[40,,45[	[45,,50[
Nombre de sportifs	1	7	12	5
Centres des classes				

- 1) Déterminer la classe modale de cette série statistique.
- 2) Recopier et compléter le tableau
- 3) Calculer la moyenne de cette série statistique.

### Réponse

1) La classe modale est : [40,,45[

2)

Longueur du lancer (m)	[30,35[	[35,40[	[40,,45[	[45,,50[
Nombre de sportifs	1	7	12	5
Centres des classes	32,5	37,5	42,5	47,5

3) La moyenne de cette série statistique est :  $\bar{x} = \frac{1 \times 32,5 + 7 \times 37,5 + 12 \times 42,5 + 5 \times 47,5}{25} = \frac{1042,5}{25} = 41,7$

## 3 – La médiane

### Définition

- ▲ La médiane d'une série statistique ordonnée est le nombre qui partage la série en deux groupes de même effectif.
- ▲ La médiane d'une série statistique ordonnée est une valeur notée  $M_e$  telle que 50% des valeurs de la série est en-dessous et 50% des valeurs de la série est au-dessus de  $M_e$ .

### Exemple 1

1) Le nombre d'enfants dans chaque famille parmi les 7 familles d'une ruelle est donné par :

1 – 3 – 0 – 1 – 4 – 2 – 3.

Pour déterminer la médiane de cette série statistique :

- On classe les valeurs suivant l'ordre croissant : 0 – 1 – 1 – 2 – 3 – 3 – 4

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & - & 1 & - & 1 & - & 2 & - & 3 & - & 3 & - & 4 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & \uparrow & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & & & & & & & \end{array}$$

- Alors la médiane de cette série statistique est :  $M_e = 2$

2) Le nombre d'enfants dans chaque famille parmi les 8 familles d'une ruelle est donné par :

$$1 - 3 - 0 - 3 - 1 - 4 - 2 - 3.$$

Pour déterminer la médiane de cette série statistique :

- On classe les valeurs suivant l'ordre croissant : 0 - 1 - 1 - 2 - 3 - 3 - 3 - 4

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & - & 1 & - & 1 & - & 2 & - & 3 & - & 3 & - & 3 & - & 4 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & & & & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & - & 1 & - & 1 & - & 2 & - & 3 & - & 3 & - & 3 & - & 4 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & \uparrow & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{50\%} & & & & & & & & & & \end{array}$$

- Alors la médiane de cette série statistique est :  $M_e = \frac{2+3}{2} = 2,5$

### Méthode de détermination de la médiane d'une série statistique

- ★ On détermine le tableau des effectifs cumulés croissants : ECC

- ★ On calcule  $\frac{N}{2}$  :

♣ 1<sup>er</sup> cas : Si N est impair. Exemple : N=11, donc  $\frac{N}{2} = 5,5$ . Alors la médiane correspond à la 6<sup>ème</sup> valeur de la série.

♣ 2<sup>ème</sup> cas : Si N est pair. Exemple : N=10, donc  $\frac{N}{2} = 5$ . Alors la médiane est la moitié de la somme de la 5<sup>ème</sup> valeur et de la 6<sup>ème</sup> valeur

### Exemple 2

Le tableau suivant donne les notes obtenues par les élèves d'une classe à un devoir surveillé :

Notes	8	10	14	17	20
Effectifs	4	8	6	4	1

1) Donner le tableau des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

2) Déterminer la médiane de cette série statistique.

### Réponse

1)

Notes	8	10	14	17	20
Effectifs	4	8	6	4	1
ECC	4	12	18	22	23

2) On a :  $\frac{N}{2} = \frac{23}{2} = 11,5$ . Donc  $M_e =$  la 12<sup>ème</sup> valeur = 10

### Exemple 3

On a le tableau suivant :

Classes	[12,16[	[16,20[	[20,24[	[24,28[
Effectifs	11	9	22	17

1) Donner le tableau des ECC

2) Déterminer la classe médiane de cette série statistique.

### Réponse

1)

Classes	[12,16[	[16,20[	[20,24[	[24,28[
Effectifs	11	9	22	17
ECC	11	20	42	59



2) On a :  $\frac{N}{2} = \frac{59}{2} = 29,5$ . Donc :  $M_e$  = la 30<sup>ème</sup> classe =  $[20, 24[$ .

#### Exercice 4

Valeurs	101	117	129	135	143
Effectifs	5	11	16	8	10

1) Donner le tableau des effectifs cumulés croissants.

2) Calculer la médiane de cette série statistique.

#### Réponse

1)

Valeurs	101	117	129	135	143
Effectifs	5	11	16	8	10
ECC	5	16	32	40	50

2) On a :  $\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$ . Donc  $M_e$  = la moitié de la somme de la 25<sup>ème</sup> et la 26<sup>ème</sup> valeur =  $\frac{129+129}{2} = 129$ .

#### IV – La dispersion

##### Définition

On considère deux séries statistiques  $S_1$  et  $S_2$  qui ont la même moyenne arithmétique  $M$ .

On dit que la série  $S_1$  est moins dispersée que  $S_2$  lorsque les valeurs du caractère de la série  $S_1$  sont plus proches de la moyenne  $M$  que les valeurs du caractère de la série  $S_2$ .

##### Exemple

Le tableau suivant donne les notes de 5 devoirs des deux élèves Saïd et Rayane :

Devoirs	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>	D <sub>5</sub>
Saïd	10	14	15	16	10
Rayane	11	13	14	15	12

La moyenne de Saïd est :  $S = \frac{10+14+15+16+10}{5} = \frac{65}{5} = 13$

La moyenne de Rayane est :  $R = \frac{11+13+14+15+12}{5} = \frac{65}{5} = 13$

Donc les élèves Saïd et Rayane ont la même moyenne arithmétique  $M = 13$ .

On constate que :

$|10-13| > |11-13|$ ,  $|14-13| > |13-13|$ ,  $|15-13| > |14-13|$ ,  $|16-13| > |15-13|$  et  $|10-13| > |12-13|$

Donc Les notes de Rayane sont plus proches de la moyenne  $M = 13$  que les notes de Saïd, par suite la série statistique qui correspond aux notes de Rayane est moins dispersée que que la série statistique qui correspond aux notes de Saïd