Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition D_f , calculer les limites aux bornes de D_f puis étudies les branches infinies de la courbe $\left(C_f\right)$ dans chacun des cas suivants :

a) $f(x)=3x^3-2x^2-5x+2$; b) $f(x)=\frac{3x-1}{2x+3}$; c) $f(x)=\frac{2x^2+3x-1}{5x+4}$; d) $f(x)=\frac{2x-5}{4x^2-x+7}$;

e) $f(x)=2x-3\sqrt{x}+7$; f) $f(x)=\frac{3\sqrt{x}-1}{2x+3}$; g) $f(x)=\sqrt{x+4}-\sqrt{x-3}$; h) $f(x)=\sqrt{(2x-1)(x+4)}$;

i) $f(x)=\sqrt{4x^2-4x-3}$; j) $f(x)=\sqrt{\frac{3x-2}{2-x}}$; k) $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-5x+6}{4-x}}$.

Exercice 2

1) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^2-6x+10}$.

a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .

b) Montrer que la droite Δ d'équation $x=3$ est un axe de symétrie de la courbe représentative C_f de f.

2) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\frac{2x-3}{x+1}$.

a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .

b) Montrer que le point $\mathrm{I}(-1,2)$ est un centre de symétrie de la courbe C_f représentative de f.

3) On considère la fonction f définie par : $f(x)=3x^4-2x^2+7$.

a) Montrer que la fonction f est paire.

b) En déduire que l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de la courbe C_f représentative de f .

4) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\frac{x^3+3x}{x^2+1}$.

a) Montrer que la fonction f est impaire.

b) En déduire que l'origine du repère est un centre de symétrie de la courbe C_f représentative de f .

Exercice 3

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-x^2+x+1$.

1) Calculer $f''(x)$ pour tout réel x et dresser la tableau de signe de $f''(x)$.

2) Etudier la concavité de la courbe C_f représentative de f et montre qu'elle admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3-3x^2+1$. On désigne par $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) a) Calculer les limites : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) Etudier les branches infinies de la courbe $\left(C_f\right)$.

2) a) Calculer $f'(x)$ pour tout réel x .

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

3) Etudier la concavité de la courbe (C_f) et préciser le point d'inflexion de la courbe (C_f)

4) Montrer que le point $\mathrm{A}(1,1)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) .

5) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 5

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que $D_f=\mathbb{R}^*$.

b) Montrer que la fonction f est impaire et en déduire D_E son domaine d'étude

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$.

c) Etudier la position relative de la courbe (C_f) et la droite (D) sur D_E.

3) a) Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in\mathbb{R}^*$.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$.

4) a) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1

b) Construire la courbe (C_f) et les droites (D) et (T).