الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية

الدورة الاستدراكية 2021

-الموضوع-

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

SSSSSSSSSSSSSS	NS 22F

3ساعات	مدة الإنجاز	الرياضيـــــــــــــــــــات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسلكيها (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices selon l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème
Indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Fonctions numériques	3 points
Problème	Etude des fonctions et calcul intégral	8 points

- ✓ On désigne par $\bar{Z}$ le conjugué du nombre complexe Z
- ✓ Ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 :(4 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = \dfrac{1}{3}$ et $u_{n+1} = \dfrac{1+u_n}{3-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 1) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 < u_n < 1$

0,5 2) a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n-1)^2}{3-u_n}$

0,5 b) Montrer que la suite (u_n) est convergente

3) On pose $v_n = \dfrac{1}{1-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,75 a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme

0,75 b) Déterminer v_n en fonction de n et en déduire que $u_n = \dfrac{n+1}{n+3}$, pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 c) Calculer la limite de la suite (u_n)

0,5 4) A partir de quelle valeur de l'entier naturel n, a-t-on $u_n > \dfrac{1011}{1012}$?

Exercice 2 :(5 points)

0,75 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation : $z^2 - 6z + 13 = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère Les points A, B et C d'affixes respectives a, b et c telles que :

$a = 3+2i$, $b = 3-2i$ et $c = -1-2i$.

a) Ecrire $\dfrac{c-b}{a-b}$ sous forme trigonométrique

0,5 b) En déduire la nature du triangle ABC

0,5 3) Soit R la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$. Soit M un point du plan d'affixe z et le point M' d'affixe z' l'image de M par R, et soit D le point d'affixe $d = -3-4i$.

0,5	a) Ecrire z' en fonction de z
0,25	b) Vérifier que C est l'image de A par R
0,5	4) a) Montrer que les points A, C et D sont alignés
0,5	b) Déterminer le rapport de l'homothétie h de centre C et qui transforme A en D
0,5	c) Déterminer l'affixe m du point E pour que le quadrilatère $BCDE$ soit un parallélogramme
0,5	5) a) Montrer que $\dfrac{d-a}{m-b}$ est un nombre réel
0,5	b) En déduire que le quadrilatère $ABED$ est un trapèze isocèle
	<u>Exercice 3</u> :(3 points)
	On considère la fonction numérique h définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x)=x+\ln x$
0,5	1) Montrer que la fonction h est strictement croissante sur $]0,+\infty[$
0,5	2) Déterminer $h\left(]0,+\infty[\right)$
0,5	3) a) En déduire que l'équation $h(x)=0$ admet une solution unique α sur $]0,+\infty[$
0,5	b) Montrer que $0<\alpha<1$
0,5	4) a) Vérifier que $h\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)=\alpha+\dfrac{1}{\alpha}$
0,5	b) En déduire que $h\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)>2$
	<u>Problème</u> :(8 points)
	Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2-xe^{-x+1}$
	et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité:$1cm$)
0,5	1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter le résultat géométriquement
0,5	2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
0,75	b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ et interpréter le résultat géométriquement
0,75	3) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x)=(x-1)e^{-x+1}$
0,5	b) Dresser le tableau de variations de la fonction f

0,5	4) a) Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
0,5	b) Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion d'abscisse 2
1	5) Construire la courbe (C) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ (on prend : $f(2)\simeq 1,25$)
0,5	6) Déterminer la valeur minimale de la fonction f et en déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$ $e^{x-1}\geq x$
0,5	7) a) En utilisant une intégration par parties, calculer : $\int_0^2 xe^{-x}\,dx$
0,5	b) En déduire que : $\int_0^2 f(x)\,dx = 4-e+3e^{-1}$
	8) Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty,1]$.
0,5	a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
0,75	b) Construire la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$
0,25	c) A partir de la courbe représentative de g^{-1}, déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{g^{-1}(x)}{x}\right)$.

FIN