المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
و التعليم الأولي و الرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية

الدورة الاستدراكية 2020

-الموضوع-

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RS 22F

3 ساعات	مدة الإنجاز	الرياضيـــــــــــــــــــــــــــات	المادة
7	المعامل	العلوم التجريبية بمسلكيها – خيار فرنسية-	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU DUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants

entre eux et répartis suivants les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Dérivabilité et calcul intégral	4 points
Problème	Etude des fonctions numériques Et suites numériques	9 points

- On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et par $\overline{z}$ son conjugué.
- $\ln$ désigne le logarithme népérien

Exercice 1 :(2 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1 \; et \; u_{n+1} = \frac{3u_n - 8}{2u_n + 5}$ pour tout $n \; de \; \mathbb{N}$

0,5 — 1) Montrer que pour tout $n \; de \; \mathbb{N}, u_n < 2$

2) On pose pour tout $n \; de \; \mathbb{N}, v_n = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$

0,5 — a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 2.

0,75 — b) Ecrire v_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,25 — c) Calculer la limite de la suite (u_n).

Exercice 2 :(5 points)

0,75 — 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation : $z^2 - \sqrt{2}\,z + 1 = 0$.

2) On pose $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

0,75 — a) Ecrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel.

0,5 — b) Soit le nombre complexe $b = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$. Montrer que $b^2 = a$.

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les point A, B et C d'affixes respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z'.

0,25 — a) Vérifier que : $z' = b\,z$.

0,5 — b) Déterminer l'image du point C par la rotation R et montrer que A est l'image du point B par R.

0,75 — 4) a) Montrer que : $|a - b| = |b - c|$ et en déduire la nature du triangle ABC.

0,5 — b) Déterminer une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right)$.

5) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}$ et D l'image de A par T.

0,25 — a) Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$.

0,75 — b) Montrer que $\frac{b^2+1}{b} = b + \bar{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés.

Exercice 3 : (4 points)

On considère la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = e^x - 2x + 2 - 3e^{-x}$.

0,5 — 1) a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $u'(x) = \frac{(e^x - 1)^2 + 2}{e^x}$.

0,25 — b) Dresser le tableau de variations de la fonction u (sans calcul de limites)

0,5 — c) En déduire le signe de la fonction u sur $\mathbb{R}$ (remarquer que $u(0) = 0$).

2) Soit v la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $v(x) = e^{2x} - 2xe^x + 2e^x - 3$.

0,5 a) Vérifier que pour x de $\mathbb{R}$, $v(x) = e^x u(x)$

0,5 b) En déduire le signe de la fonction v sur $\mathbb{R}$.

0,5 3) a) Montrer que la fonction w définie sur $\mathbb{R}$ par : $w(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + (4 - 2x)e^x - 3x$ est une primitive de la fonction v sur $\mathbb{R}$.

0,5 b) Calculer l'intégrale $\int_0^2 v(x)dx$.

0,75 c) Montrer que $\dfrac{9}{2}$ est le minimum absolu de la fonction w sur $\mathbb{R}$.

Problème :(9 points)

I - Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = e^{1-x} + \frac{1}{x} - 2$

0,5 1) Montrer que $g'(x) < 0$ pour tout $x \epsilon]0, +\infty[$.

0,5 2) Déduire le tableau de signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ (remarquer que $g(1) = 0$)

II – On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = (1 - x)e^{1-x} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln x$$

et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ (unité : 2 cm)

0,5 1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

0,5 2) a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

0,75 b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement.

1 3) a) Montrer que pour tout $x \epsilon]0, +\infty[$, $f'(x) = (x - 2)\, g(x)$.

0,75 b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0,1]$ et sur $[2, +\infty[$ et est croissante sur $[1,2]$.

0,25 c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0, +\infty[$.(on admet que $f(2) \simeq 1,25$)

0,5 4) Sachant que $f(3) \simeq 0,5$ et $f(4) \simeq -1,9$, montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique dans l'intervalle $]3,4[$.

1 5) Construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

III – On pose $h(x) = f(x) - x$ pour tout x de l'intervalle $[1,2]$.

0,5 1) a) A partir du tableau de variations de la fonction h ci-contre montrer que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in [1,2]$.

x	1	2
$h(x)$	0 $\searrow$	$h(2)$

0,25	b) Montrer que 1 est la seule solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[1,2]$.
	2) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2 \; et \; u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	a) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
0,75	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

FIN