3 ساعات	مدة الإنجاز	الرياضيـــــــــــــــــــات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية-	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU DUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants

entre eux et répartis suivants les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Calcul intégral	2 points
Problème	Etude d'une fonction numérique Et suites numériques	9 points

- ➢ ln désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 :(3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre $\Omega(2,1,2)$ et de rayon 3 et le plan (P) passant par le point $A(-1,0,3)$ et dont $\vec{u}(4,0,-3)$ est un vecteur normal.

0,5 1) Montrer qu'une équation de (S) est : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$.

0,5 2) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (P) est $4x-3z+13=0$.

0,5 3) a) Vérifier que $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (P).

0,5 b) Déterminer les coordonnées du point H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (P)

0,25 4) a) Calculer $d(\Omega,(P))$.

0,75 b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera.

Exercice 2 :(3 points)

0,75 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation : $z^2-2\sqrt{2}\,z+4=0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

0,25 a) Ecrire a sous forme trigonométrique.

0,5 b) Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est $b=2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$.

0,5 3) a) On considère le point C d'affixe $c=1+i$. Montrer que $b^2-c^2=2\sqrt{3}$.

0,5 b) Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image du point B par la translation T. Montrer que $OD=|b+c|$.

0,5 c) En déduire que $OD\times BC=2\sqrt{3}$

Exercice 3 :(3 points)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : trois boules de couleur rouge portant chacune le nombre 1 , et trois boules de couleur rouge portant chacune le nombre 2, et six boules de couleur verte portant chacune le nombre 2.

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les événements suivants :

A : « Obtenir deux boules portant le même nombre »

B : « Obtenir deux boules de couleurs différentes »

C : « Obtenir deux boules portant deux nombres dont la somme est égale à 3 »

1,5 — 1) Montrer que $p(\mathrm{A})=\dfrac{13}{22}$ et $p(\mathrm{B})=\dfrac{6}{11}$ et calculer $p(\mathrm{C})$.

0,5 — 2) a) Montrer que $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\dfrac{3}{11}$.

0,5 — b) Les événements A et B sont-ils indépendants ? justifier la réponse.

0,5 — 3) Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre.

<u>Exercice 4 :(2 points)</u>

0,5 — 1) a) Montrer que la fonction $H:x\mapsto xe^x$ est une primitive de la fonction $h:x\mapsto(x+1)e^x$ sur $\mathbb{R}$.

0,5 — b) En déduire que : $\int_0^1 (x+1)e^x\,dx=e$

1 — 2) En utilisant une intégration par parties, calculer $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x\,dx$

<u>Problème :(9 points)</u>

I – Soit g la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=x^3-1-2\ln^2 x+2\ln x$.

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

0,25 — 1) Calculer $g(1)$.

0,5 — 2) A partir de ce tableau, déterminer le signe de $g(x)$ sur Chacun des intervalles $]0,1]$ et $[1,+\infty[$.

II – On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

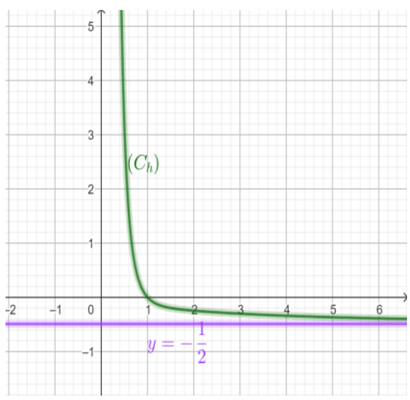
$$f(x)=x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2x^2}+\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$$

Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

0,5 — 1) a) Vérifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

0,5 — b) Montrer que la droite (D) d'équation $y=x-\dfrac{1}{2}$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.

0,25	c) Déterminer la position relative de la droite (D) et de la courbe (C).
0,5	2) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ et interpréter géométriquement le résultat.
1	3) a) Montrer que $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ pour tout $x\in\left]0,+\infty\right[$.
0,5	b) Montrer que la fonction f est décroissante sur $\left]0,1\right]$ et est croissante sur $\left[1,+\infty\right[$.
0,5	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\left]0,+\infty\right[$.
1	4) Construire dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C) .(unité : 1 cm)
	III – On considère la fonction numérique h définie sur $\left]0,+\infty\right[$ par : $h(x)=f(x)-x$.
0,25	1) a) Vérifier que $h(1)=0$.
0,75	b) Dans la figure ci-contre (C_h) est la courbe représentative de la fonction h. Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $\left]0,1\right]$ et $\left[1,+\infty\right[$ puis en déduire que $f(x)\le x$ pour tout x de $\left[1,+\infty\right[$.
	2) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0=e$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	a) Montrer par récurrence que $1\le u_n\le e$ pour tout n de $\mathbb{N}$
0,75	b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante .(on pourra utiliser le résultat de la question III)1)b)).
0,75	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.



FIN