# الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية – خيار فرنسية

الدورة الاستدراكية 2016

-الموضوع-

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵡⵏⵏⴰⴹⵜ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 ساعات | مدة الإنجاز | الرياضيات | المادة |
| 7 | المعامل | مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية- | الشعبة أو المسلك |

## INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ Nombre de pages : 4 (la première page contient les instructions générales et les composantes Du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen)
- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter
- ✓ Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toute fois chaque notation ne concerne Que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants



## COMPOSANTES DU DUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants

entre eux et répartis suivants les domaines comme suit :

| | | |
|---|---|---|
| Exercice 1 | Suites numériques | 3 points |
| Exercice 2 | Géométrie dans l'espace | 3 points |
| Exercice 3 | Nombres complexes | 3 points |
| Exercice 4 | Calcul des probabilités | 3 points |
| Problème | Etude d'une fonction numérique<br>Et calcul intégral | 8 points |

- ✓ Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

## Exercice 1 :(3 points)

On considère la suite numérique $(u_n)$ définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.

0,5 — 1) a) Montrer par récurrence que $u_n > 1$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.

0,5 — b) Vérifier que $u_{n+1} - u_n = \frac{15}{16}(u_n - 1)$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$, puis montrer que la suite $(u_n)$ est décroissante.

0,25 — c) En déduire que la suite $(u_n)$ est convergente.

2) Soit $(v_n)$ la suite numérique telle que : $v_n = u_n - 1$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$.

1 — a) Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ puis écrire $v_n$ en fonction de $n$.

0,75 — b) Montrer que $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ pour tout $n$ de $\mathbb{N}$, puis déterminer la limite de la suite $(u_n)$.

## Exercice 2 :(3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,3,4)$ et $B(0,1,2)$.



0,5 — 1) a) Montrer que $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0,5 — b) Montrer que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan $(OAB)$.

0,5 — 2) Soit $(S)$ la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$.

Montrer que la sphère $(S)$ a pour centre le point $\Omega(3,-3,3)$ et pour rayon 5.

0,75 — 3) a) Montrer que le plan $(OAB)$ est tangent à la sphère $(S)$.

0,75 — b) Déterminer les coordonnées du point de contact H du plan $(OAB)$ et de la sphère $(S)$.

## Exercice 3 :(3 points)

0,75 — 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation : $Z^2 - 8Z + 41 = 0$.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B , C et $\Omega$ d'affixes respectives $a$, $b$, $c$ et $\omega$ telles que $a = 4+5i$, $b = 3+4i$, $c = 6+7i$ Et $\omega = 4+7i$

0,75 — a) Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.

0,75 — b) Soit $z$ l'affixe du point M du plan et $z'$ l'affixe du point M', image de M par la rotation R de de centre $\Omega$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

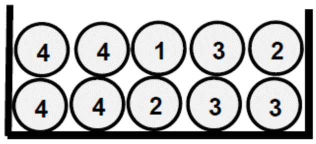
Montrer que : $z' = -iz - 3 + 11i$.

0,75 c) Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\dfrac{a-\omega}{c-\omega}$.

## Exercice 4 :(3 points)

Une urne contient 10 boules portant les nombres : 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 (les boules sont indiscernables au toucher).

On considère l'expérience suivante : On tire au hasard Successivement et sans remise deux boules de l'urne.




1 1) Soit A l'événement : « Obtenir deux boules portant deux nombres pairs »

Montrer que $p(A) = \dfrac{1}{3}$.

2 2) On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'événement est réalisé.

Montrer que $p(X = 1) = \dfrac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.



## Problème :(8 points)

**I –** Soit $g$ la fonction numérique définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x) = \dfrac{2}{x} - 1 + 2\ln x$

On considère ci-contre le tableau de variations de la fonction $g$ sur $]0,+\infty[$.

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $g(1)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

0,25 1) Calculer $g(1)$.

0,75 2) En déduire à partir du tableau que $g(x) > 0$ Pour tout $x$ de $]0,+\infty[$.

**II –** On considère la fonction numérique $f$ définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$.

Soit $(C_f)$ la courbe représentative de $f$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : 2 cm).

0,75 1) Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ et interpréter géométriquement ce résultat.

0,5 2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (Pour le calcul de la limite on pourra utiliser l'écriture suivante :

$$f(x) = x\left[\frac{3}{x} - 3 + 2\left(1 + \frac{1}{x}\right)\ln x\right]).$$

| | |
|---|---|
| 0,5 | b) Montrer que la courbe $\left(C_f\right)$ admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées. |
| 0,75 | 3) a) Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout de $]0,+\infty[$. |
| 0,75 | b) En déduire que $f$ est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ et dresser son tableau de variations sur $]0,+\infty[$. |
| 0,5 | 4) a) Montrer que $\mathrm{I}(1,0)$ est un point d'inflexion de la courbe $\left(C_f\right)$. |
| 0,25 | b) Montrer que $y=x-1$ est une équation cartésienne de la tangente $(T)$ à la courbe $\left(C_f\right)$ au point $\mathrm{I}$. |
| 0,75 | c) Construire dans le même repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, la droite $(T)$ et la courbe $\left(C_f\right)$. |
| 0,5 | 5) a) Montrer que $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$. |
| 0,75 | b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que : $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$. |
| 0,5 | c) Calculer, en $cm^2$, l'aire du domaine plan limité par la courbe $\left(C_f\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$. |
| 0,5 | 6) Résoudre graphiquement l'inéquation : $x\in]0,+\infty[\,;\ (x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$ |

**FIN**