

الصفحة	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> الدورة العادية 2023 -الموضوع-		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه
1/4			+0X1184+   11C4040 +0C0L00+   80XC4 00C80 8 80011C8 0CJL008 8 +81181+
**I	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	RS26F	

2 ساعات	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية	الشعبة أو المسلك

<u>Instructions au candidat (e)</u>	<u>تعليمات للمترشح (ة)</u>
<b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b>	هام: يتعين على المترشح (ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre aux questions du sujet avec précision et soin.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يسمح لك استعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><u>Vous devez justifier les résultats.</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك تعليل النتائج.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Eviter l'écriture au stylo rouge.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحقق (ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

**Exercice 1 : (2 points)**

Soit  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $w_0 = 1$  et  $w_{n+1} = \frac{2}{7}w_n + 1$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

- 1) Montrer par récurrence que  $w_n < \frac{7}{5}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .
- 2) a) Montrer que  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite croissante.  
 b) La suite  $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est-elle convergente ? Justifier la réponse.

**Exercice 2 : (3 points)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \frac{3+7u_n}{7+3u_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .

- 1) Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- 2) On pose  $v_n = \frac{1-u_n}{1+u_n}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ .
- a) Calculer  $v_0$
- b) Montrer que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite géométrique de raison  $\frac{2}{5}$ .
- c) En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$ .
- 3) a) Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  ;  $u_n = \frac{1-v_n}{1+v_n}$ .
- b) En déduire que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{1 - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)^n}$
- c) Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

**Exercice 3 : (1 point)**

$(\Omega, p)$  est un espace probabilisé fini .

On rappelle que si A et B sont deux événements de  $\Omega$ , alors

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Soit A et B deux événements indépendants tels que  $p(A) = \frac{1}{2}$  et  $p(A \cup B) = \frac{5}{8}$

- Calculer  $p(B)$

**Exercice 4 :(3 points)**

Une urne contient cent jetons indiscernables au toucher de couleur soit blanche soit noire et portant soit le chiffre 1 soit le chiffre 2.

La répartition de ces jetons est donnée par le tableau suivant :

Couleur Chiffre Porté par Le jeton	Couleur		Total
	Blanche	Noire	
1	50	16	66
2	14	20	34
Total	64	36	100

On tire au hasard un jeton de l'urne.

1) Calculer les probabilités suivantes :

- 0,5 a) La probabilité  $p_1$  pour que le jeton soit de couleur blanche.
- 0,5 b) La probabilité  $p_2$  pour que le jeton porte le chiffre 2.
- 0,5 c) La probabilité  $p_3$  pour que le jeton porte le chiffre 2 et soit de couleur blanche.
- 0,5 d) La probabilité  $p_4$  pour que le jeton tiré porte le chiffre 2 sachant qu'il est de couleur blanche.

2) On considère la variable aléatoire X qui est égale au chiffre porté par le jeton tiré.

0,5 a) Copier et compléter le tableau suivant :

$x_i$	1	2
$p(X = x_i)$		

0,5 b) Calculer  $E(X)$  l'espérance mathématique de X.

**Exercice 5 :(2,5 points)**

1,5 1) Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{1}{x} - \ln x \right) \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{1}{x} + \ln x \right)$$

1 2) On rappelle que si  $f$  est une fonction dérivable en  $x_0$ , alors  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$ .

Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$  et  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} \times \ln x$ .

**Exercice 6 : (8.5 points)**

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 1 - \frac{x}{e^x}.$$

Et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et donner une interprétation géométrique du résultat.

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2) a) Montrer que  $f'(x) = \frac{x-1}{e^x}$ .

b) Etudier le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variations de  $f$ .

c) Donner l'équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0.

3) Calculer  $f''(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$  et montrer que la courbe  $(C_f)$  admet un point d'inflexion d'abscisse 2.

4) Dans la figure ci-dessous  $(C_f)$  est la courbe représentative de  $f$  et  $(\Delta)$  la droite d'équation  $y = 1$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

a) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que  $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$ .

b) En déduire l'aire de la partie hachurée.

