المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵏⵙⵙⵉⵜ المركز الوطني للتقويم والامتحانات	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2023 -الموضوع-
NS 24F	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

المادة	الرياضيـــــــــــــــــــــــات	مدة الإنجاز	3 ساعات
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسلكيها – خيار فرنسية-	المعامل	7

INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU DUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants entre eux et répartis

Suivants les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude des fonctions numériques Et des uites numériques	11 points

Exercice 1 :(3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les Points $A(0,1,4)$, $B(2,1,2)$, $C(2,5,0)$ et $\Omega(3,4,4)$

0,25 — 1) a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\left(2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\right)$

0,5 — b) En déduire l'aire du triangle ABC et la distance $d(B,(AC))$

2) Soit D le milieu du segment $[AC]$

0,5 — a) Vérifier que $\overrightarrow{D\Omega}=\frac{1}{4}(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})$

0,25 — b) En déduire que $d(\Omega,(ABC))=3$

3) Soit (S) la sphère d'équation : $x^2+y^2+z^2-6x-8y-8z+32=0$

0,5 — a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S)

0,5 — b) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) en un point que l'on déterminera

0,5 — 4) Soient (Q_1) et (Q_2) les deux plans parallèles à (ABC) tels que chacun d'eux coupe la sphère (S) suivant un cercle de rayon $\sqrt{5}$

Déterminer une équation cartésienne pour chacun des deux plans (Q_1) et (Q_2)

Exercice 2 :(3 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $a=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}+i$, $c=\bar{b}$ et $d=2i$

0,25 — 1) Ecrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique

0,25 — 2) a) Vérifier que $b-d=c$

0,5 — b) Montrer que $(\sqrt{2}+1)(b-a)=b-d$ et déduire que les points A, B et D sont alignés

0,25 — 3) a) Vérifier que $a\,c=2b$

0,5 — b) En déduire que $2\arg(b)\equiv\frac{\pi}{4}\ [2\pi]$

4) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$ et qui transforme chaque point M du Plan d'affixe z en un point M' d'affixe z'

0,25 — a) Montrer que $z'=\frac{1}{2}\,a\,z$

0,5 — b) En déduire que $R(C)=B$ et que $R(A)=D$

0,5 — c) Montrer que $\frac{b-a}{c-a}=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)a$, puis déduire une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}})$

Exercice 3 :(3 points)

Une urne U_1 contient six boules portant les nombres : 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 et une urne U_2 contient cinq boules portant les nombres : 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2

On suppose que les boules des deux urnes sont indiscernables au toucher

On considère l'expérience aléatoire suivante :

« On tire une boule de l'urne U_1 et on note le nombre a qu'elle porte, puis on la met Dans l'urne U_2 , ensuite on tire une boule de l'urne U_2 et on note le nombre b qu'elle Porte »

On considère les événements suivants :

A : « la boule tirée de l'urne U_1 porte le nombre 1 »

B : « le produit ab est égal à 2 »

0,5 1) a) Calculer $p(A)$; la probabilité de l'événement A

0,5 b) Montrer que $p(B) = \frac{1}{4}$ (on peut utiliser l'arbre des possibilités)

0,75 2) Calculer $p(A/B)$; la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est Réalisé.

3) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque résultat de l'expérience, le Produit ab

0,25 a) Montrer que $p(X = 0) = \frac{1}{3}$

0,5 b) Donner la loi de probabilité de X (remarquer que les valeurs prises par X sont : 0 ; 1 ; 2 ; 4)

0,5 c) On considère les événements :

M : « le produit ab est pair ou nul »

N : « le produit ab est égal à 1 »

Montrer que les événements M et N sont équiprobables

Problème :(11 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2 - \frac{2}{x} + (1 - \ln x)^2$$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : 1cm)

0,25 1) a) Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$; $f(x) = \dfrac{3x - 2 - 2x\ln x + x(\ln x)^2}{x}$

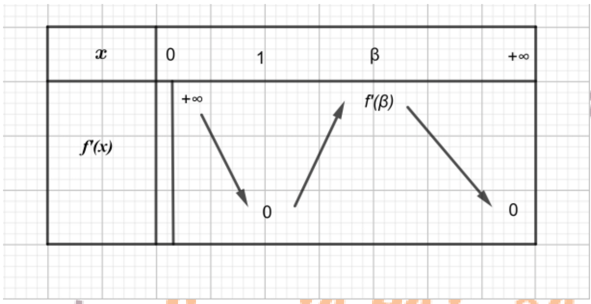
0,5 b) Montrer que $\lim\limits_{x \to 0^+} x(\ln x)^2 = 0$ et que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (on peut poser $t = \sqrt{x}$)

0,5 c) Déduire que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, puis donner une interprétation géométrique du résultat

0,75 d) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$, puis montrer que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

0,5 2) Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{2(1 - x + x\ln x)}{x^2}$

3) En expliquant le tableau de variation ci-dessous, de la fonction dérivée f' de f sur $]0,+\infty[$



(on donne $\beta \simeq 4,9$)

0,5 a) Prouver que f est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f

0,5 b) Donner le tableau de signe de la dérivée seconde f'' de la fonction f sur $]0,+\infty[$

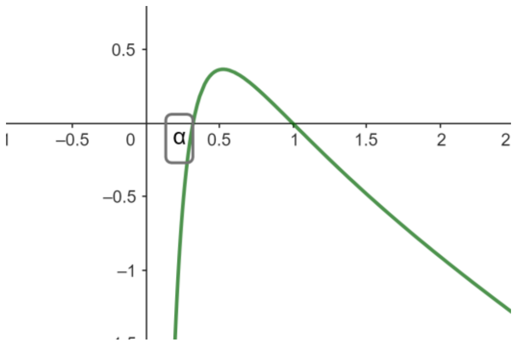
1 c) Déduire la concavité de la courbe (C_f) en précisant les abscisses de ses deux points d'inflexion

4) La courbe (C_g) ci-contre est la représentation

Graphique de la fonction $g : x \mapsto f(x) - x$

Et qui s'annule en α et 1 $(\alpha \simeq 0,3)$

Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$



0,5 a) A partir de la courbe (C_g), déterminer le signe de la fonction g sur $]0,+\infty[$

0,5 b) Déduire que la droite (Δ) est en dessous de (C_f) sur l'intervalle $[\alpha,1]$ et est au dessus de (C_f) sur les intervalles $]0,\alpha]$ et $[1,+\infty[$

1,5	5) Construire la courbe (C_f) et la droite (Δ) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ (on prend $\alpha \simeq 0,3;\ \beta \simeq 4,9$ *et* $f(\beta) \simeq 1,9$)
0,5	6) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto 2x - x\ln x$ est une primitive de la fonction $x \mapsto 1 - \ln x$ sur $[\alpha,1]$
1	b) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_{\alpha}^{1}(1-\ln x)^2dx = 5(1-\alpha) + \alpha(4-\ln\alpha)\ln\alpha$
0,75	c) Déduire en fonction de α , l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \alpha$ *et* $x = 1$
	7) Soit la suite numérique (u_n) définie par $u_0 \in \left]\alpha,1\right[$ et la relation $u_{n+1} = f(u_n)$, pour Tout $n \in \mathbb{N}$
0,5	a) Montrer par récurrence que $\alpha < u_n < 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est croissante. (on peut utiliser la question 4)b))
0,75	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite

FIN