ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵓⵏⵏⵓⵏⵜ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

مدة الإنجاز	3 ساعات
المعامل	7

المادة	الرياضيـــــــــــــــــات
الشعبة أو المسلك	العلوم التجريبية بمسلكيها – خيار فرنسية-

INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants

entre eux et répartis suivants les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Equations différentielles et calcul intégral	2,5 points
Problème	Etude des fonctions numériques Et des suites numériques	8,5 points

Exercice 1 :(3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, on considère les points $A(0,1,1)$; $B(1,2,0)$ et $C(-1,1,2)$

0,5 1) a) Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{k}$

0,25 b) En déduire que $x+z-1=0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)

0,5 2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1,1,2)$ et de rayon $R=\sqrt{2}$

Déterminer une équation de la sphère (S)

0,5 3) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A

4) On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)

0,25 a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,5 b) Montrer que la droite (Δ) est une tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées

0,5 c) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.(\vec{i}+\vec{k})$, puis en déduire la distance $d(A,(\Delta))$

Exercice 2 :(3 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=-1-i\sqrt{3}$, le point B d'affixe $b=-1+i\sqrt{3}$ et la translation t de vecteur $\overrightarrow{OA}$.

0,5 1) Prouver que l'affixe du point D image du point B par la translation t est $d=-2$

0,5 2) On considère la rotation R de centre D et d'angle $\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Montrer que l'affixe du point C image du point B par la rotation R est $c=-4$

0,5 3) a) Ecrire le nombre complexe $\frac{b-c}{a-c}$ sous forme trigonométrique

0,5 b) En déduire que : $\left(\frac{b-c}{a-c}\right)^2 = \frac{c-d}{b-d}$

4) Soit (Γ) le cercle de centre D et de rayon 2, (Γ') le cercle de centre O et de rayon 4 et M un point d'affixe z appartenant aux deux cercles (Γ) et (Γ').

0,25 a) Vérifier que : $|z+2|=2$

0,5 b) Prouver que : $z+\bar{z}=-8$ (remarquer que $|z|=4$)

0,25 c) En déduire que les cercles (Γ) et (Γ') se coupent en un point unique qu'on déterminera.

Exercice 3 :(3 points)

Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard simultanément trois boules de l'urne.

0,75	1) Montrer que $p(A)=\frac{1}{6}$; où A est l'événement « N'obtenir aucune boule rouge »
0,75	2) Calculer $p(B)$; où B est l'événement « Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes »
0,75	3) Montrer que $p(C)=\frac{1}{2}$; où C est l'événement « Obtenir exactement une boule rouge »
0,75	4) Calculer $p(D)$; où D est l'événement « Obtenir au moins deux boules rouges »
	Exercice 4 :(2,5 points)
	On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=(x+1)e^{x}$
0,75	1) a) Vérifier que la fonction $x \mapsto xe^{x}$ est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$, puis calculer l'intégrale $I=\int_{-1}^{0} h(x)\,dx$
0,75	b) A l'aide d'une intégration par parties, calculer $J=\int_{-1}^{0}(x+1)^{2}e^{x}dx$
0,5	2) a) Résoudre l'équation différentielle $(E): y''-2y'+y=0$
0,5	b) Montrer que la fonction h est la solution de (E) qui vérifie $h(0)=1$ et $h'(0)=2$
	Problème :(8,5 points)
	On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)^{2}$
	Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité : $1cm$)
0,5	1) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
0,5	2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat géométriquement
0,5	3) a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=x$ est asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$
0,5	b) Etudier le signe de $(f(x)-x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ)
0,5	4) a) Montrer que : $f'(x)=\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)^{2}+xe^{\frac{x}{2}}\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

0,5	b) Vérifier que $x\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)\geq 0$ pour tout x *de* $\mathbb{R}$, puis en déduire le signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$
0,5	c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$
0,5	5) a) Montrer que : $f''(x)=\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}g(x)$; *où* $g(x)=(2x+4)e^{\frac{x}{2}}-x-4$ pour tout x *de* $\mathbb{R}$
0,5	b) A partir de la courbe ci-contre de la fonction g, déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ (Remarquer que $g(\alpha)=0$)
0,5	c) Etudier la concavité de la courbe (C) et déterminer les abscisses des deux points d'inflexion.
1	6) Construire la courbe (C) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ (On prend $\ln 4\simeq 1,4$, $\alpha\simeq -4,5$ et $f(\alpha)\simeq -3,5$)
0,5	7) a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$
0,25	b) Calculer $\left(f^{-1}\right)'(\ln 4)$
	8) Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0=1$ *et* $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n *de* $\mathbb{N}$
0,5	a) Montrer par récurrence que : $0<u_n<\ln 4$ *pour tout* n *de* $\mathbb{N}$
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante
0,25	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente
0,5	d) Calculer la limite de la suite (u_n)

FIN