المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵎⵣⵡⴰⵔⵓ ⴷ ⵜⵡⵏⵏⴰⵏⵜ المركز الوطني للتقويم والامتحانات	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2021 -الموضوع- SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS — NS 22F	

المادة	الرياضيـــــــــــــــــــــــات	مدة الإنجاز	3 ساعات
الشعبة أو المسلك	العلوم التجريبية بمسلكيها – خيار فرنسية-	المعامل	7

INSTRUCTIOS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices et un problème indépendants

entre eux et répartis suivants les domaines comme suit :

Exercice 1	Analyse	2 points
Exercice 2	Suites numériques	4 points
Exercice 3	Nombres complexes	5 points
Problème	Etude des fonctions et calcul intégral	9 points

Exercice 1 :(2 points)

0,5 — 1) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

0,5 — b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $e^{2x}-4e^{x}+3\leq 0$

0,5 — c) Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-4e^{x}+3}{e^{2x}-1}$

0,5 — 2) Montrer que l'équation $e^{2x}+e^{x}+4x=0$ admet une solution dans l'intervalle $[-1,0]$

Exercice 2 :(4 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=\dfrac{1}{2}$ et $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{3-2u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,25 — 1) Calculer u_1

0,5 — 2) Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0<u_n\leq\dfrac{1}{2}$

0,5 — 3) a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq\dfrac{1}{2}$

0,5 — b) En déduire la monotonie de la suite (u_n)

0,75 — 4) a) Montrer que tout n de $\mathbb{N}$, $0<u_n\leq\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$, puis calculer la limite de la suite (u_n)

0,5 — b) On pose $v_n \ln(3-2u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$, calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

0,5 — 5) a) Vérifier que tout n de $\mathbb{N}$, $\dfrac{1}{u_{n+1}}-1=3\left(\dfrac{1}{u_n}-1\right)$

0,5 — b) En déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$

Exercice 3 :(5 points)

0,75 — 1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :
$z^2-\sqrt{3}z+1=0$

2) Soient les nombres complexes $a=e^{i\frac{\pi}{6}}$ *et* $b=\dfrac{3}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

0,25 — a) Ecrire a sous forme algébrique.

0,5 — b) Vérifier que $\bar{a}\,b=\sqrt{3}$

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$, on considère les Points A, B et C d'affixes respectives a, b et $\bar{a}$.

0,5 — 3) Montrer que le point B est l'image du point A par une homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport.

4) Soient z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

0,5 — a) Ecrire z' en fonction de z et a.

0,25 — b) Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R, montrer que $d = a+1$.

0,5 — c) Soit I le point d'affixe le nombre 1, montrer que $ADIO$ est un losange.

0,75 — 5) a) Vérifier que $d-b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$; en déduire un argument du nombre Complexe $d-b$

0,5 — b) Ecrire le nombre $1-b$ sous forme trigonométrique.

0,5 — c) Déduire une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BD}\right)$.

Problème :(9 points)

Soit f la fonction définie sur $\left[0,+\infty\right[$ par : $f(0)=0$ et $f(x)=2x\ln x-2x$, si $x>0$

Et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité : $1cm$)

0,5 — 1) Montrer que f est continue à droite au point 0.

0,5 — 2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

0,5 — b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat

0,75 — 3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat.

0,5 — b) Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\left]0,+\infty\right[$

0,5 — c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\left[0,+\infty\right[$.

0,5 — 4) a) Résoudre dans l'intervalle $\left[0,+\infty\right[$ les équations $f(x)=0$ et $f(x)=x$

1 — b) Construire (C) la courbe dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (On prendra $e^{\frac{3}{2}}\simeq 4,5$)

0,5	5) a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\int_1^e x\ln x\,dx = \dfrac{1+e^2}{4}$
0,5	b) En déduire la valeur de l'intégrale $\int_1^e f(x)\,dx$
0,25	6) a) Déterminer le minimum de f sur $]0,+\infty[$
0,5	b) En déduire que pour tout x de $]0,+\infty[$, $\ln x \geq \dfrac{x-1}{x}$
	7) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1,+\infty[$.
0,5	a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
0,75	b) Construire dans le même repère $(O;\vec{i},\vec{j})$ la courbe représentative de g^{-1}.
	8) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} h(x)=x^3+3x & ; x\leq 0 \\ h(x)=2x\ln x-2x & ; x>0 \end{cases}$
0,5	a) Etudier la continuité de la fonction h au point 0
0,5	b) Etudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0, puis interpréter géométriquement le résultat.
0,25	c) La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? justifier.

FIN