

I – Equation du premier degré à une inconnue1 – Définition et vocabulairesDéfinition

- ▲ Une **équation du premier degré à une inconnue** est une équation qui se ramène à une équation de la forme $ax+b=0$ où a et b sont des nombres tels que $a \neq 0$.
- ▲ La lettre x dans l'équation désigne **l'inconnue** dont on doit déterminer la valeur.
- ▲ Une valeur de l'inconnue x est appelée **une solution** de cette équation

Exemples

Les équations $x-2=0$; $x+3=0$; $2x-1=0$; $-3x+5=0$; $2(x-3)+1=3x-2$... sont des équations du premier degré à une inconnue.

2 – Résolution d'une équation du premier degré à une inconnueDéfinition

Résoudre une équation du premier degré à une inconnue c'est trouver toutes les solutions de cette équation.

a – Equations du premier degré à une inconnue- Exemples

$x-3=0$ ❖ $x-3+3=0+3$ $x=3$ Alors 3 est la solution de cette équation.	$3x=12$ ❖ $\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$ $x=4$ Alors 4 est la solution de cette équation	$5(x-1)+2x+3=4x-3$ $5x-5+2x+3=4x-3$ $7x-2=4x-3$ ❖ $7x-4x=-3+2$ $3x=-1$ $x=-\frac{1}{3}$ Alors $-\frac{1}{3}$ est la solution de cette équation
❖ $x+5=0$ $x=-5$ Alors -5 est la solution de cette équation.	$-2x=5$ ❖ $x=\frac{5}{-2}$ $x=-\frac{5}{2}$ Alors $-\frac{5}{2}$ est la solution de cette équation	$\frac{x+1}{3}=\frac{2x-1}{2}$ $2(x+1)=3(2x-1)$ $2x+2=6x-3$ ❖ $2+3=6x+2x$ $5=8x$ $\frac{5}{8}=x$ $x=\frac{5}{8}$ Alors $\frac{5}{8}$ est la solution de cette équation

Proposition

Toute équation du premier degré à une inconnue admet une unique solution.

Exercice

Résoudre les équations suivantes :

a) $5-x=7$; b) $3x-2=\frac{x+1}{2}$; c) $1-2x=x+4$

b – Equations particulières- ExemplesProposition

- ★ $(ax+b)(cx+d)=0$ si et seulement si $ax+b=0$ ou $cx+d=0$
- ★ $x^2-a^2=0$ si et seulement si $x-a=0$ ou $x+a=0$

Exemples

$(2x-3)(x+5) = 0$ signifie que $2x-3 = 0$ ou $x+5 = 0$ signifie que $2x = 3$ ou $x = -5$ signifie que $x = \frac{3}{2}$ ou $x = -5$ Alors l'équation admet deux solutions : -5 et $\frac{3}{2}$	$(x-2)(3-x)(x+4) = 0$ signifie que $x-2 = 0$ ou $3-x = 0$ ou $x+4 = 0$ signifie que $x = 2$ ou $3 = x$ ou $x = -5$ Alors l'équation admet trois solutions : $-5, 2$ et 3
$x^2 - 25 = 0$ signifie que $(x-5)(x+5) = 0$ signifie que $x-5 = 0$ ou $x+5 = 0$ signifie que $x = 5$ ou $x = -5$ Alors l'équation admet deux solutions : -5 et 5	$4x^2 - 49 = 0$ signifie que $(2x)^2 - 7^2 = 0$ signifie que $(2x-7)(2x+7) = 0$ signifie que $2x-7 = 0$ ou $2x+7 = 0$ signifie que $2x = 7$ ou $2x = -7$ signifie que $x = \frac{7}{2}$ ou $x = -\frac{7}{2}$ Alors l'équation admet deux solutions : $-\frac{7}{2}$ et $\frac{7}{2}$

II – Inéquation du premier degré à une inconnue

1 – Définition et vocabulaire

Définition

- ▲ Une **inéquation du premier degré à une inconnue** est toute inéquation qui se ramène à l'une des formes suivantes : $ax+b \geq 0$; $ax+b > 0$; $ax+b \leq 0$ ou $ax+b < 0$ où a et b sont des nombres donnés et x est l'inconnue
- ▲ Une valeur de l'inconnue x qui vérifie l'inéquation est appelée **une solution** de cette inéquation

Exemples

Les inéquations $x-2 \geq 0$; $x+3 < 0$; $2x-1 > 0$; $-3x+5 \leq 0$; $2(x-3)+1 \geq 3x-2$... sont des inéquations du premier degré à une inconnue.

2 – Résolution d'une inéquation du premier degré à une inconnue

Définition

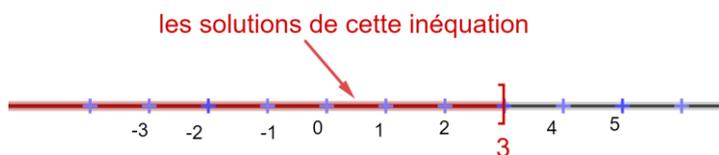
- ▲ **Résoudre une inéquation du premier degré à une inconnue** revient à déterminer toutes les solutions possibles de cette inéquation.
- ▲ On représente les solutions par une partie de la droite graduée.

Exemples

1) $x-3 \leq 0$.

$x-3 \leq 0$ signifie que $x \leq 3$

Donc les solutions de cette inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 3

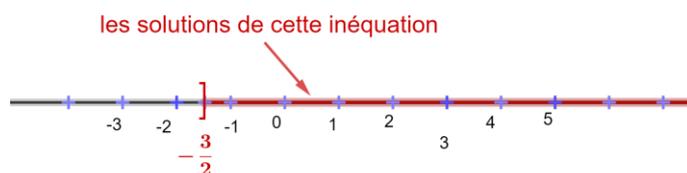


2) $2x+3 > 0$

$2x+3 > 0$ signifie que $2x > -3$

signifie que $x > -\frac{3}{2}$

Donc les solutions de cette inéquation sont tous les nombres supérieurs strictement à $-\frac{3}{2}$



3) $-2x+4 \geq 0$

$-2x+4 \geq 0$ signifie que $4 \geq 2x$

signifie que $2x \leq 4$

signifie que $x \leq 2$

Donc les solutions de cette inéquation sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 2.

4) $3(x-1)+2 < x-1$

$3(x-1)+2 < x-1$ signifie que $3x-3+2 < x-1$

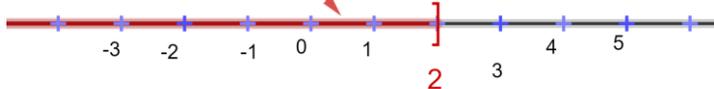
signifie que $3x-x < -1+3-2$

signifie que $2x < 0$

signifie que $x < 0$

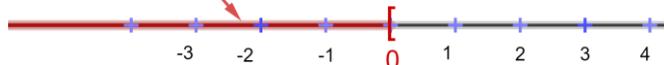


les solutions de cette inéquation



Donc les solutions de cette inéquation sont tous les nombres inférieurs strictement à 0.

les solutions de cette inéquation



III – Résolution des problèmes

Méthode de résolution d'un problème

Pour résoudre un problème, on suit les étapes suivantes :

- ♣ Choix de l'inconnue
- ♣ Mise en équation (ou en inéquation) du problème
- ♣ Résolution de l'équation (ou l'inéquation)
- ♣ Interprétation du résultat dans le contexte du problème
- ♣ Vérification

Exemples

1) Wael a 9 ans et sa sœur a 26 ans. Dans combien d'années l'âge de la sœur sera le double de celui de Wael ?

Réponse

- Choix de l'inconnue : On pose x le nombre d'années pour lesquelles l'âge de la sœur sera le double de l'âge de Wael.
- Mise en équation : $26 + x = 2(9 + x)$
- Résolution de l'équation :

$$26 + x = 2(9 + x)$$

$$26 + x = 18 + 2x$$

$$26 - 18 = 2x - x$$

$$8 = x$$

$$x = 8$$
- Interprétation dans le contexte du problème : Dans 8 années l'âge de la sœur sera le double de celui de Wael.
- Vérification : On a $26 + 8 = 34$ et $2(9 + 8) = 34$

2) Sachant que la somme de trois entiers naturels est comprise entre 18 et 48, déterminer les valeurs possibles du plus petit de ces trois nombres.

Réponse

- Choix de l'inconnue : Posons x le plus petit nombre entier naturel de trois nombres consécutifs, donc son successeur est $x + 1$ et le plus grand est $x + 2$.
- Mise en équation : La somme des trois entiers consécutifs est : $x + (x + 1) + (x + 2) = 3x + 3$.
Donc : $18 < 3x + 3 < 48$.
- Résolution des inéquations : $18 < 3x + 3 < 48$

$$18 - 3 < 3x + 3 - 3 < 48 - 3$$

$$15 < 3x < 45$$

$$5 < x < 15$$

Alors les solutions de ces inéquations sont tous les nombres strictement compris entre 5 et 15.

- Les valeurs possibles du plus petit entier naturel sont : 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 et 14
- Vérification : $6 + 7 + 8 = 21$; $7 + 8 + 9 = 24$; $8 + 9 + 10 = 27$; $9 + 10 + 11 = 30$; $10 + 11 + 12 = 33$; $11 + 12 + 13 = 36$; $12 + 13 + 14 = 39$; $13 + 14 + 15 = 42$; $14 + 15 + 16 = 45$. Donc toutes les sommes vérifient la condition