Exercice 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$, par :

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x-1} \ ; \ x \geq 1 \\ f(x) = \sin(\pi x) \ ; \ 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

1/ Etudier la dérivabilité de la fonction f en $x_0 = 2$, puis donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 2.

2/ Etudier la dérivabilité de la fonction f en $x_1 = 1$ et donner une interprétation graphique au résultat.

3/ a/ Déterminer le domaine de dérivabilité de f

b/ Calculer $f'(x)$

Exercice 2

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 2}$$

1/ Déterminer le domaine de définition D_g de g

2/ Calculer les limites de g au bornes de D_g

3/ a/ Justifier que g est dérivable sur D_g

b/ Calculer $g'(x)$ pour tout x de D_g

c/ Etudier les variations de g

d/ Dresser son tableau de variation

Exercice 3

Partie I :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+3}} - 1$

1) Montrer que la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

2) Calculer $g(1)$ et déduire le signe de $g(x)$

Partie II :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2\sqrt{3+x^2} - x$

1) Calculer les limites de la fonction f en $-\infty$ *et* $+\infty$

2) Vérifier que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis montrer que pour tout réel x, $f'(x) = g(x)$

3) Dresser les variations de la fonction f.

4) Donner l'équation réduite de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse -1

Exercice 4

On considère f la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = x - 1 - \sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$

1) Calculer les limites : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$

2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en 0 et interpréter ce résultat graphiquement.

3) Déterminer $D_{f'}$ le domaine de dérivabilité de la fonction f et déterminer $f'(x)$ pour tout $x \in D_{f'}$.

4) Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.

Exercice 5

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = x + \dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2) Calculer les limites de la fonction f aux bornes de D_f

3) Montrer que pour tout x de D_f, on a : $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x+1}}$

4) a) Montrer que pour tout x *de* $]-1,0]$, on a : $\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x+1}} \geq 1$

b) Montrer que pour tout x *de* $[1,+\infty[$, on a : $\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x+1}} \leq 1$

c) Déduire le signe de $f'(x)$ sur D_f

d) Dresser le tableau de variations de la fonction f .

5) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0.