I – Les triangles particuliers

1 – Triangle isocèle

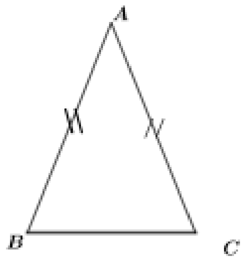
Définition

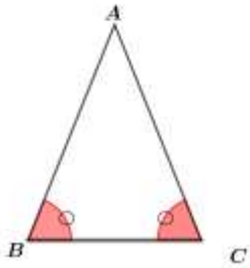
- Un triangle est **isocèle** si et seulement si deux de ses côtés sont de même longueur
- Le troisième côté s'appelle la base de ce triangle.

Exemple

Le triangle ABC est isocèle en A

Car $AB = AC$





Proposition

- ★ Dans un triangle isocèle en A, les angles à la base $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont de même mesure.
- ★ Si dans un triangle ABC les deux angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont de même mesure, alors le triangle ABC est isocèle en A.

2 – Triangle équilatéral

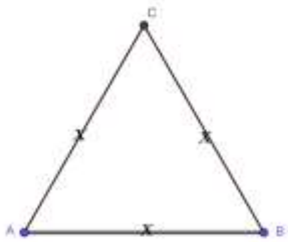
Définition

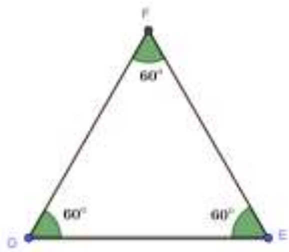
Un triangle ABC est équilatéral si et seulement si ses trois côtés ont la même longueur

Exemple

Le triangle ABC est équilatéral car :

$AB = AC = BC$





Proposition

- ★ Dans un triangle équilatéral DEF, les angles $\widehat{D}$, $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ ont la même mesure.
- ★ Si dans un triangle DEF les trois angles $\widehat{D}$, $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ ont la même mesure, alors le triangle DEF est équilatéral

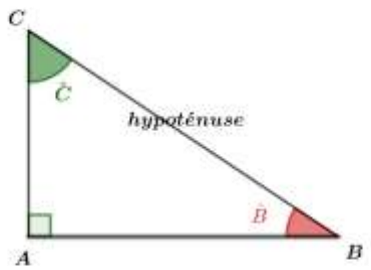
3 – Triangle rectangle

Définition

- Un triangle ABC est rectangle en A si et seulement si $\widehat{BAC} = 90°$.
- Dans un triangle ABC rectangle en A, le côté $[BC]$ s'appelle **l'hypoténuse** , c'est le côté opposé à l'angle droit

Exemple

ABC est un triangle rectangle en A



4 – Triangle rectangle et isocèle

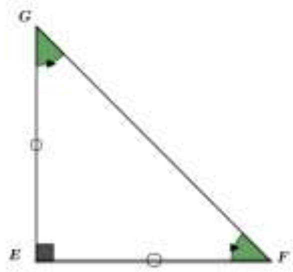
Définition

Un triangle EFG est un triangle rectangle et isocèle en E si et seulement si $\widehat{FEG} = 90°$ et $EF = EG$

Exemple

EFG est un triangle rectangle en A car $FEG = 90°$

Et il est isocèle en A car $EF = EG$



II – Somme des angles d'untriangle

Proposition

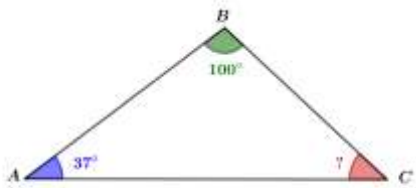
La somme des angles d'un triangle est un angle plat.

Autrement dit : Si ABC est un triangle , alors $A + B + C = 180°$

Exemple

Soit ABC le triangle tel que $A = 37°$ et $B = 100°$

Calculer la mesure de l'angle C



Réponse

On sait que la somme des angles d'un triangle est l'angle plat

Donc $A + B + C = 180°$

Donc $37° + 100° + C = 180°$

Alors $137° + C = 180°$

D'où $C = 180° - 137° = 43°$

III – Inégalité triangulaire

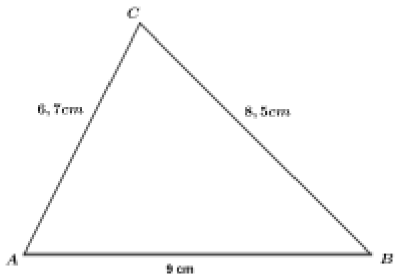
Proposition

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple

Soit ABC un triangle quelconque, alors :

- $AB < AC + BC$
- $AC < AB + BC$
- $BC < AB + AC$



Remarques

- Ces inégalités s'appellent **les inégalités triangulaires**
- La ligne droite est **le plus court chemin** pour aller d'un point à un autre point.
- Chaque triangle qui vérifie ces trois inégalités peut être construit
- Le triangle ABC tel que $BC = 10$, $AB = 2$ et $AC = 6$ ne peut pas être construit car $BC > AB + AC$

IV – Construction des triangles

Astuces

- Commencer par réaliser la figure demandée à main levée en y codant les informations données dans la consigne.
- Vérifier si le triangle est constructible (est ce-qu'il peut être construit) .

1 – Triangle dont on connait les trois côtés

Exemple

Construire le triangle ABC tel que : $AB = 4cm$, $AC = 5cm$ et $BC = 6cm$.

Programme de construction

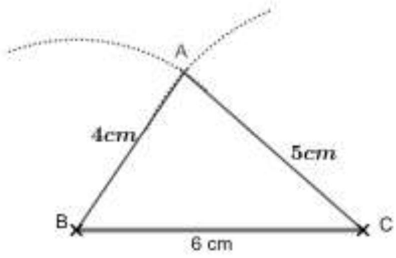
1) Tracer le premier segment $[BC]$ de longueur 6cm .

2) Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 4 cm.

3) Tracer un arc de cercle de centre C et de rayon 5 cm.

4) Le point A est donc le point d'intersection des deux arcs.

5) Tracer les segments $[AB]$ et $[AC]$



2 – Triangle dont on connait deux côtés et un angle

Exemple

Construire le triangle EFG tel que : $EF = 7\,cm$, $EG = 5\,cm$ et $\widehat{FEG} = 50°$

Programme de construction

1) Tracer le premier segment $[EF]$ de longueur $7\,\text{cm}$.

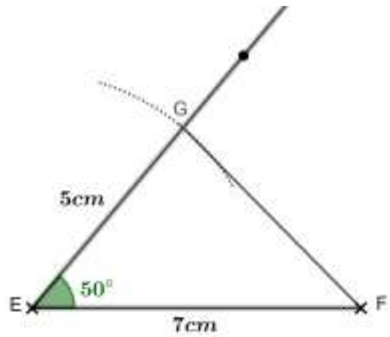
2) Tracer un arc de cercle de centre E et de rayon 5 cm.

3) En plaçant le centre du rapporteur au point E et sa ligne sur le segment $[EF]$ on pose un point sur la mesure 50°

4) On trace la demi-droite d'origine E passant par ce dernier point

5) Le point G est le point d'intersection entre cette demi-droite et l'arc de cercle

6) Tracer les segments $[EG]$ et $[FG]$.



3 – Triangle dont on connait un côté et deux angles

Exemple

Construire le triangle IJK tel que : $IJ = 8\,cm$, $\widehat{JIK} = 48°$ et $\widehat{IJK} = 55°$

Programme de construction

1) Tracer le premier segment $[IJ]$ de longueur $8\,\text{cm}$.

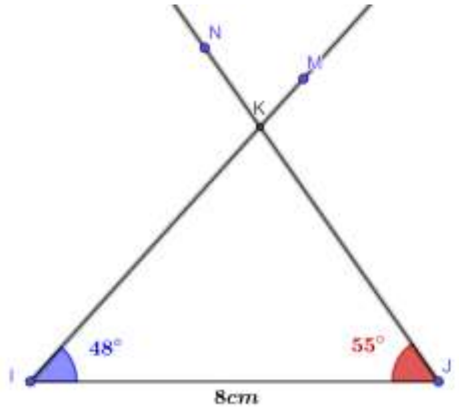
2) En plaçant le centre du rapporteur au point I et sa ligne sur le segment $[IJ]$ on pose un point M sur la mesure 48° (dans le sens anti horaire)

3) En plaçant le centre du rapporteur au point J et sa ligne sur le segment $[IJ]$ on pose un point N sur la mesure 55°(dans le sens horaire)

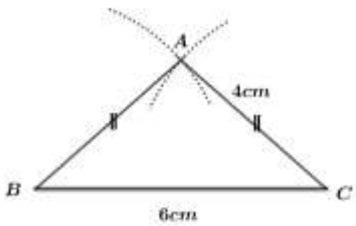
4) On trace les demi-droites $[IM)$ et $[JN[$

5) Le point K est le point d'intersection entre ces deux demi-droites.

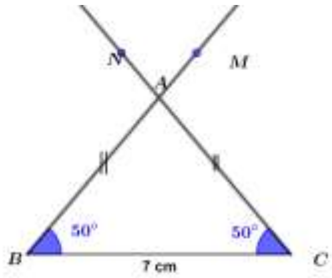
6) Tracer les segments $[IK]$ et $[JK]$.



4 – Triangle isocèle

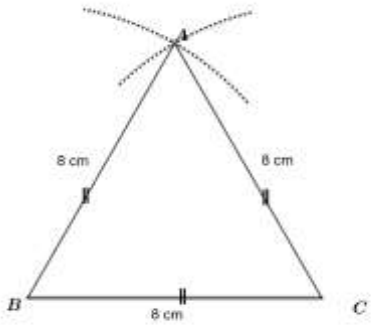


ABC un triangle isocèle en A tel que $AC = 4cm$ et $BC = 6cm$

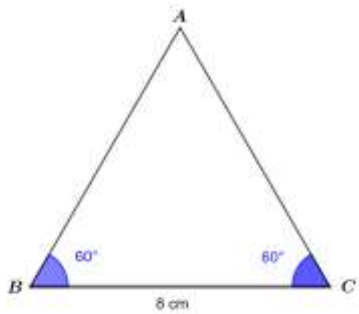


ABC un triangle isocèle en A tel que $BC = 7cm$ et $CBA = 50°$

5 – Triangle équilatéral

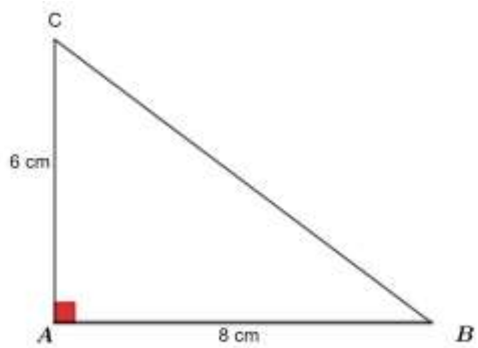


ABC un triangle équilatéral tel que $BC = 8cm$



ABC un triangle équilatéral tel que $ABC = 60°$ et $BC = 8cm$

6 – Triangle rectangle



ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 8cm$ et $AC = 6cm$