

Exercice 1

Soit f et F les fonctions suivantes définies sur l'intervalle I . Montrer que F est une primitive de f sur I dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = 6x^2 - 10x + 3$; $F(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 10$; $I = \mathbb{R}$

2) $f(x) = 7\cos x - 5\sin x$; $F(x) = 5\cos x + 7\sin x + 2$; $I = \mathbb{R}$

3) $f(x) = \frac{-2x^2 - 2x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$; $F(x) = \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}$; $I = \mathbb{R}$

4) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$; $F(x) = \tan x + 3$; $I = \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$

5) $f(x) = -\cos x - x\sin x$; $F(x) = x\cos x - 2\sin x + 7$; $I = \mathbb{R}$

Exercice 2

La fonction G est-elle une primitive de la fonction g sur l'intervalle I dans les cas suivants :

1) $G(x) = \frac{x^2 - 3}{x}$; $g(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2}$; $I = \mathbb{R}$

2) $G(x) = -2\sqrt{10 + \cos x}$; $g(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{10 + \cos x}}$; $I = \mathbb{R}$

3) $G(x) = \frac{1}{12}(3x + 5)^4 + 11$; $g(x) = (3x + 5)^3$; $I = \mathbb{R}$

4) $G(x) = 5x\sqrt[3]{x} + 2x - 4$; $g(x) = \sqrt[3]{x} + 2$; $I =]0, +\infty[$

Exercice 3

Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I , dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = 2x + 5$; $I = \mathbb{R}$

2) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$; $I = \mathbb{R}$

3) $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$; $I = \mathbb{R} - \{-2\}$

4) $f(x) = \frac{6}{(x-3)^2}$; $I = \mathbb{R} - \{3\}$

5) $f(x) = 5(x+5)^4$; $I = \mathbb{R}$

6) $f(x) = 5(2x-1)(x^2-x+5)^4$; $I = \mathbb{R}$

7) $f(x) = 3(2x+3)(x^2+3x+7)^4$; $I = \mathbb{R}$

8) $f(x) = \frac{2x+3}{(x^2+3x+4)^4}$; $I = \mathbb{R}$

9) $f(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x+7)^3}$; $I = \mathbb{R}$

10) $f(x) = \frac{1}{x^2+2x+2}$; $I = \mathbb{R}$



$$11) f(x) = \frac{4x+2}{1+(x^2+x+7)^2}; I = \mathbb{R}$$

$$12) f(x) = \frac{3\sin x}{(2-\cos x)^2}; I = \mathbb{R}$$

$$13) f(x) = \frac{\cos x}{1-\cos^2 x}; I =]0, \pi[$$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^3}$

1) Déterminer deux réels a et b tel que pour tout $x \in D$, $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$

2) En déduire l'expression d'une primitive F de f sur $I =]1, +\infty[$

Exercice 5

Soit g définie sur $D = \mathbb{R} - \{2\}$ par : $g(x) = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}$

1) Déterminer deux réels a et b tel que pour tout $x \in D$, on ait $f(x) = a + \frac{b}{(x-2)^2}$

2) En déduire une primitive F de f sur $I =]2, +\infty[$

Exercice 6

Déterminer la primitive F de la fonction f sur l'intervalle I telle que $F(x_0) = y_0$ dans chacun des cas suivants :

1) $f(x) = 6x^2 + 2x + 1$; $I = \mathbb{R}$; $x_0 = 1$; $y_0 = 7$

2) $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$; $I = \mathbb{R}$; $x_0 = \frac{\pi}{3}$; $y_0 = 0$

3) $f(x) = \frac{5}{(x+1)^2}$; $I = \mathbb{R} - \{-1\}$; $x_0 = 4$; $y_0 = -1$

4) $f(x) = 5(2x+1)^4$; $I = \mathbb{R}$; $x_0 = 0$; $y_0 = 1$

5) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$; $I = \mathbb{R}$; $x_0 = 0$; $y_0 = \pi$