

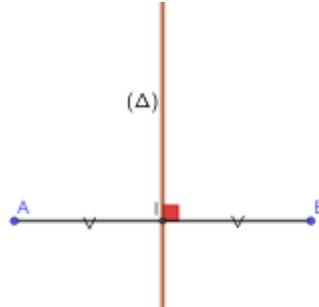


I – Médiatrices dans un triangle

Définition

Soient A et B deux points distincts du plan .

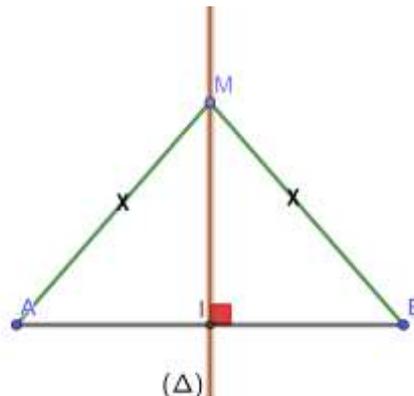
La **médiatrice** du segment $[AB]$ est la droite qui passe par I le milieu de $[AB]$ et qui est perpendiculaire à la droite (AB)



Proposition 1

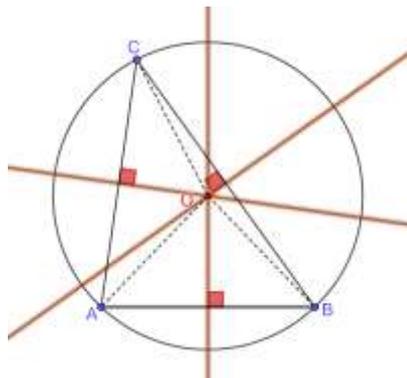
La **médiatrice** d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points qui sont à égale distance des extrémités du segment A et B.

Autrement dit : Un point M appartient à la médiatrice d'un segment $[AB]$ si et seulement si $MA = MB$



Proposition 2

- ★ Un triangle non aplati possède trois médiatrices
- ★ Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes, c'est-à-dire qu'elles se coupent en un même point.
- ★ Le point d'intersection des médiatrices d'un triangle est le centre du cercle circonscrit au triangle



Remarque

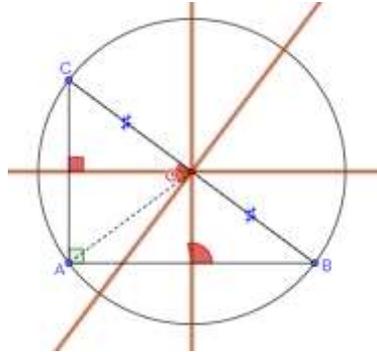


Le point O l'intersection des trois médiatrices dans un triangle ABC est le centre du cercle circonscrit à ce triangle, alors $OA = OB = OC$

Proposition 3

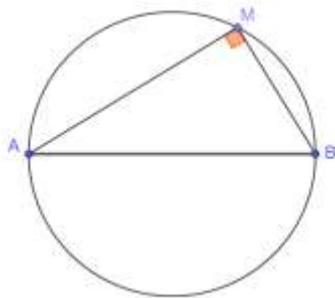
Les trois médiatrices d'un triangle rectangle se coupent au milieu de son hypoténuse.

Autrement dit : Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle est le milieu de son hypoténuse



Proposition 4

Si M est un point du cercle de diamètre $[AB]$, alors le triangle AMB est rectangle en M



Exercice

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$ cm, $AC = 5$ cm et $BC = 6$ cm.

- 1) Construire le triangle ABC
- 2) Construire les médiatrices du triangle ABC
- 3) Construire le cercle circonscrit au triangle ABC

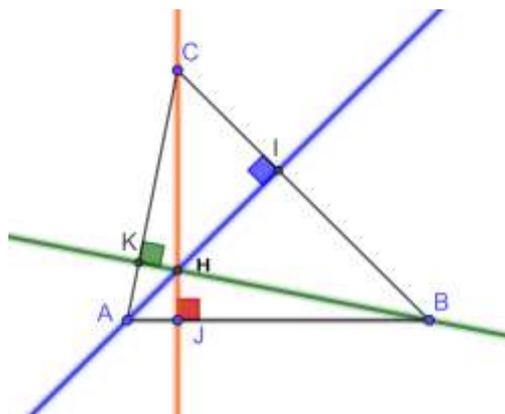
Remarque

Pour construire le cercle circonscrit à un triangle ABC, on construit le point O d'intersection de deux médiatrices de ce triangle et après le cercle de centre O et de rayon OA.

II – Hauteurs dans un triangle

Définition

Une **hauteur** dans un triangle est une droite passant par un sommet de ce triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet



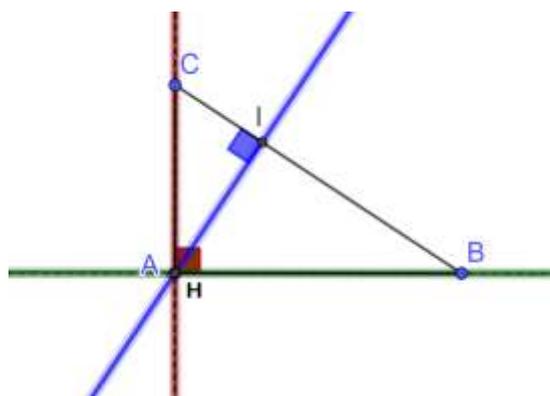
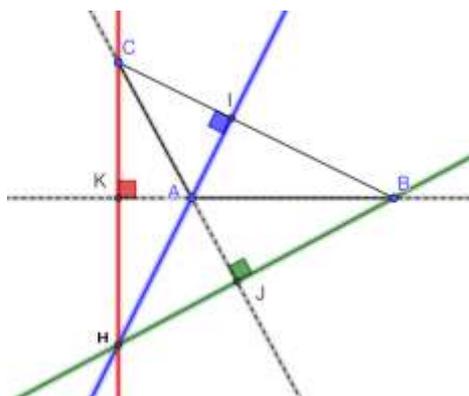


Proposition

Les trois hauteurs d'un triangle sont **concourantes** en un point appelé **orthocentre** de ce triangle

Remarques

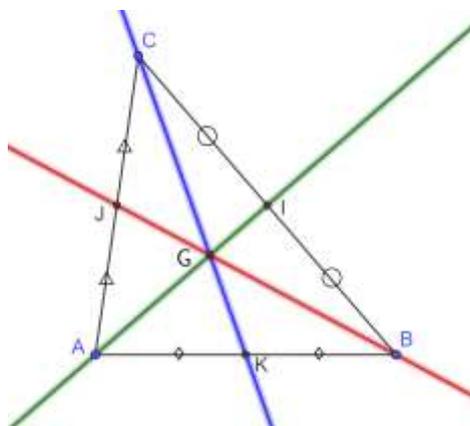
- ◆ Dans la figure précédente les points I, J et K sont appelés les pieds des hauteurs issues des sommets A, C et B respectivement
- ◆ Si tous les angles du triangle sont aigus, alors l'orthocentre H est à l'intérieur du triangle
- ◆ Si l'un des angles du triangle est obtus, alors l'orthocentre H est à l'extérieur du triangle
- ◆ Si le triangle est rectangle, alors l'orthocentre de ce triangle est le sommet où l'angle est droit
- ◆ Pour construire l'orthocentre d'un triangle il suffit de construire deux hauteurs du triangle



III – Médiannes dans un triangle

Définition

Une **médiane** dans un triangle est une droite qui passe par l'un des sommets et par le milieu du côté opposé à ce sommet



Proposition

Les trois médianes d'un triangle se coupent en un point appelé **centre de gravité** de ce triangle

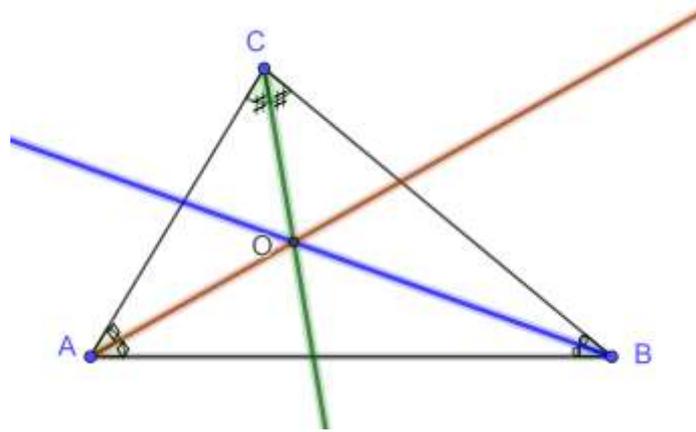
Remarque

Pour construire le centre de gravité d'un triangle, on construit le point d'intersection de deux médianes de ce triangle.

IV – Bissectrices d'un angle

Définition

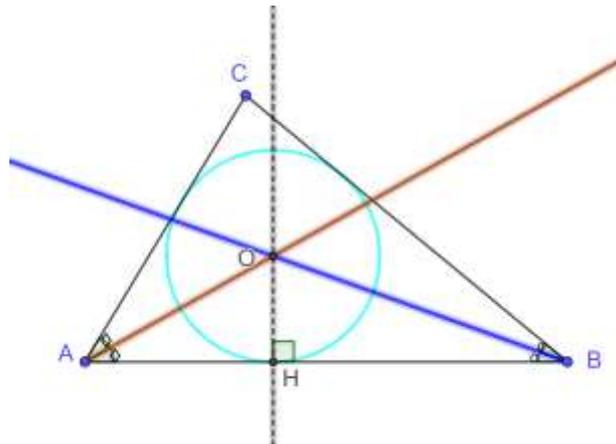
La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite issue du sommet de cet angle, qui partage l'angle en deux angles de même mesure

Proposition

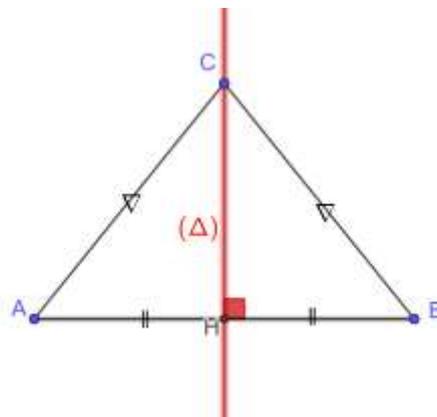
Les trois bissectrices d'un triangle se coupent en un point appelé **centre du cercle inscrit** à ce triangle

Remarque

Pour construire le cercle inscrit dans un triangle ABC, on construit le point O l'intersection de deux bissectrices de ce triangle puis on construit H le projeté orthogonal de O sur l'un des trois côtés du triangle et on construit le cercle de centre O et de rayon OH.

V – Droites remarquables dans des triangles particuliersProposition 1

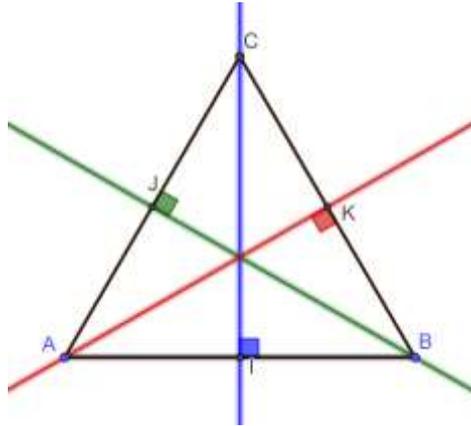
Soit ABC un triangle isocèle en A. Alors la droite issue de A et perpendiculaire à (BC) est à la fois
Une médiane, **une médiatrice**, **une hauteur** et **une bissectrice** de ce triangle

Remarques

- ◆ Dans la figure ci-contre la droite (Δ) est à la fois une médiatrice, une hauteur, une médiane et une hauteur du triangle isocèle ABC en A.
- ◆ La droite (Δ) est aussi un axe de symétrie du triangle ABC

Proposition 2

Dans un triangle équilatéral, Les trois médianes sont aussi les trois médiatrices, les trois hauteurs, les trois bissectrices et les trois axes de symétrie



[HTTPS://WWW.DIMAMATH.COM](https://www.dimamath.com)
Smail Eljaâfari