Exercice 1

Calculer α dans les cas suivants :

1) $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ *et* $\alpha \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$.

2) $\tan\alpha = \sqrt{2}-1$ *et* $\alpha \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ (calculer $\tan 2\alpha$).

3) $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ *et* $\alpha \in \left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ (calculer $\cos 2\alpha$) .

Exercice 2

1)Vérifier que $\dfrac{\pi}{24} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{11\pi}{24}$ *et* $\dfrac{7\pi}{24} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{5\pi}{24}$. 2)Montrer que : $\sin\dfrac{\pi}{24}\sin\dfrac{5\pi}{24}\sin\dfrac{7\pi}{24}\sin\dfrac{11\pi}{24} = \dfrac{1}{16}$.

Exercice 3

Soit x un nombre réel tel que $x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

1)Montrer que : $8\sin x\cos x\cos 2x\cos 4x = \sin 8x$.

2)En déduire que : $\cos x\cos 2x\cos 4x = \dfrac{\sin 8x}{8\sin x}$.

3)Calculer $\cos\dfrac{\pi}{9}\cos\dfrac{2\pi}{9}\cos\dfrac{4\pi}{9}$ *et* $\cos\dfrac{\pi}{7}\cos\dfrac{2\pi}{7}\cos\dfrac{4\pi}{7}$.

Exercice 4

Montrer que :

1) $\dfrac{1-\cos x}{\sin x} = \dfrac{\sin x}{1+\cos x} = \tan\dfrac{x}{2}$.

2) $\sin 3x\sin^2 x + \cos x\cos^3 x = \cos^3 2x$.

3) $4\sin x\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+x\right) = \sin 3x$.

4) $\dfrac{\sin 3x}{\sin x} - \dfrac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.

Exercice 5

Montrer que : $\cos\dfrac{\pi}{18} - \sqrt{3}\sin\dfrac{\pi}{18} = 2\cos\dfrac{7\pi}{18}$.

Exercice 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$,les équations suivantes :

1) $2\cos x - 1 = 0$; 2) $2\sin x + \sqrt{3} = 0$; 3) $\tan x + 1 = 0$; 4) $\cos 4x + \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0$;

5) $\left(2\sin x - \sqrt{3}\right)\left(2\cos x + \sqrt{2}\right) = 0$; 6) $4\cos^2 x - 3 = 0$; 7) $\sin 2x = \tan x$.

Exercice 7

Résoudre dans $[0;2\pi]$,les inéquations suivantes :

1) $2\cos x - \sqrt{2} < 0$; 2) $2\sin x + \sqrt{3} \leq 0$; 3) $(2\sin x - 1)\left(2\cos x + \sqrt{2}\right) \geq 0$;

4) $\dfrac{\sin x}{2\cos x-\sqrt{3}}>0$; 5) $\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)<\dfrac{1}{2}$; 6) $2\sin\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\geq 0$;

7) $\left[\sin 2x-1\right]\left[2\cos 3x+1\right]\leq 0$.

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$,les équations suivantes :

1) $\cos x+\sin x=1$; 2) $\cos x-\sqrt{3}\sin x=\sqrt{2}$; 3) $\sin 2x-\cos 2x=\sin x+\cos x$;

4) $\sin\dfrac{x}{2}-\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2}=\sqrt{2}$; 5) $\cos 3x-\sin 3x=1$.

Exercice 9

Soit A, B et C trois nombres réels tels que $A+B+C=\pi$. Montrer que :

1) $\sin A+\sin B-\sin C=4\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{C}{2}$.

2) $\sin A+\sin B+\sin C=4\cos\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{B}{2}\cos\dfrac{C}{2}$.

3) $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$.

4) $\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{B}{2}+\tan\dfrac{B}{2}\tan\dfrac{C}{2}+\tan\dfrac{A}{2}\tan\dfrac{C}{2}=1$

Exercice 10

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$,les systèmes suivants :

1) $\begin{cases}\sin x-\sin y=0\\ 2x-y=\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$; 2) $\begin{cases}\sin x=2\sin(x+y)\sin y\\ x+2y=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$.

Exercice 11

1)Résoudre dans $[0;2\pi]$, l'équation :

$$2\cos 2x-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cos x+2-\sqrt{6}=0.$$

2)Résoudre dans $[0;2\pi]$, l'inéquation :

$$2\cos 2x-2\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\cos x+2-\sqrt{6}>0$$