

## Exercice 1

Calculer  $\alpha$  dans les cas suivants :

$$1) \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} \text{ et } \alpha \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[.$$

$$2) \tan \alpha = \sqrt{2}-1 \text{ et } \alpha \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[ \text{ (calculer } \tan 2\alpha \text{).}$$

$$3) \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} \text{ et } \alpha \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[ \text{ (calculer } \cos 2\alpha \text{).}$$

## Exercice 2

$$1) \text{Vérifier que } \frac{\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{11\pi}{24} \text{ et } \frac{7\pi}{24} = \frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{24}. \quad 2) \text{Montrer que : } \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24} = \frac{1}{16}.$$

## Exercice 3

Soit  $x$  un nombre réel tel que  $x \neq k\pi; k \in \mathbb{Z}$ .

$$1) \text{Montrer que : } 8 \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x = \sin 8x.$$

$$2) \text{En déduire que : } \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{\sin 8x}{8 \sin x}.$$

$$3) \text{Calculer } \cos \frac{\pi}{9} \cos \frac{2\pi}{9} \cos \frac{4\pi}{9} \text{ et } \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7}.$$

## Exercice 4

Montrer que :

$$1) \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x} = \tan \frac{x}{2}.$$

$$2) \sin 3x \sin^2 x + \cos x \cos^3 x = \cos^3 2x.$$

$$3) 4 \sin x \sin \left( \frac{\pi}{3} - x \right) \sin \left( \frac{\pi}{3} + x \right) = \sin 3x.$$

$$4) \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2.$$

## Exercice 5

$$\text{Montrer que : } \cos \frac{\pi}{18} - \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{18} = 2 \cos \frac{7\pi}{18}.$$

## Exercice 6

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes :

$$1) 2 \cos x - 1 = 0 \quad ; \quad 2) 2 \sin x + \sqrt{3} = 0 \quad ; \quad 3) \tan x + 1 = 0 \quad ; \quad 4) \cos 4x + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \quad ;$$

$$5) (2 \sin x - \sqrt{3})(2 \cos x + \sqrt{2}) = 0 \quad ; \quad 6) 4 \cos^2 x - 3 = 0 \quad ; \quad 7) \sin 2x = \tan x.$$

## Exercice 7

Résoudre dans  $[0; 2\pi]$ , les inéquations suivantes :

$$1) 2 \cos x - \sqrt{2} < 0 \quad ; \quad 2) 2 \sin x + \sqrt{3} \leq 0 \quad ; \quad 3) (2 \sin x - 1)(2 \cos x + \sqrt{2}) \geq 0 \quad ;$$



$$4) \frac{\sin x}{2\cos x - \sqrt{3}} > 0 \quad ; \quad 5) \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2} \quad ; \quad 6) 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \geq 0 \quad ;$$

$$7) [\sin 2x - 1][2\cos 3x + 1] \leq 0.$$

**Exercice 8**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes :

$$1) \cos x + \sin x = 1 \quad ; \quad 2) \cos x - \sqrt{3} \sin x = \sqrt{2} \quad ; \quad 3) \sin 2x - \cos 2x = \sin x + \cos x \quad ;$$

$$4) \sin \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos \frac{x}{2} = \sqrt{2} \quad ; \quad 5) \cos 3x - \sin 3x = 1.$$

**Exercice 9**

Soit A, B et C trois nombres réels tels que  $A + B + C = \pi$ . Montrer que :

$$1) \sin A + \sin B - \sin C = 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$2) \sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$3) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \tan B \tan C.$$

$$4) \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = 1$$

**Exercice 10**

Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$ , les systèmes suivants :

$$1) \begin{cases} \sin x - \sin y = 0 \\ 2x - y = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad ; \quad 2) \begin{cases} \sin x = 2 \sin(x + y) \sin y \\ x + 2y = \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

**Exercice 11**

1) Résoudre dans  $[0; 2\pi]$ , l'équation :

$$2\cos 2x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x + 2 - \sqrt{6} = 0.$$

2) Résoudre dans  $[0; 2\pi]$ , l'inéquation :

$$2\cos 2x - 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x + 2 - \sqrt{6} > 0$$