

Exercice 1

Calculer les cinq premiers termes des suites suivantes :

a) (u_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n = \frac{2n+1}{n+3}$; b) $(v_n)_{n \geq 1}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}^*), v_n = 2^{n-1} + 1 - \frac{1}{n}$

c) (a_n) définie par : $\begin{cases} a_0 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n} \end{cases}$; d) (b_n) définie par : $\begin{cases} b_0 = 0, b_1 = 2 \\ b_{n+2} = 2b_{n+1} - b_n + 3 \end{cases}$

Exercice 2

1) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$

a) Calculer u_1, u_2 et u_3

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n = 8 \times 2^n - 1$

c) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n \geq 7$

2) On considère la suite numérique $(v_n)_{n \geq 1}$ définie par : $\begin{cases} v_1 = 4 \\ v_{n+1} = \sqrt{v_n + 7} \end{cases}$

a) Calculer v_2, v_3 et v_4

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*), 2 \leq v_n \leq 4$

3) On considère la suite numérique (w_n) définie par : $\begin{cases} w_0 = 1, w_1 = 2 \\ w_{n+2} = 5w_{n+1} - 6w_n \end{cases}$

a) Calculer w_2, w_3 et w_4

b) Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}), w_n = 2^n$

Exercice 3

On considère la suite (a_n) définie par : $\begin{cases} a_0 = 0 \\ a_{n+1} = \frac{1+2a_n}{2+a_n} \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N})$

1) Calculer les quatre premiers termes de la suite (a_n)

2) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), 0 < a_n \leq 1$

3) Etudier la monotonie de la suite (a_n) .

Exercice 4

Dans chacun des cas suivants, Justifier si la suite (a_n) est minorée, majorée ou bornée :

1) $a_n = \sin(n) - 3$; 2) $a_n = n + \cos(n)$; 3) $a_n = 3^n + 2n - 4$; 4) $a_n = \frac{1}{1+n^2}$; 5) $a_n = 5(-3)^n + 2$

Exercice 5

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

1) Calculer les termes u_1, u_2 et u_3



2) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), u_n \leq n + 3$

3) Etudier les variations de la suite (u_n) .

Exercice 6

On considère la suite arithmétique (u_n) .

1) Si $u_0 = -2$ et $r = 2$, déterminer u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{17}

2) Si $u_5 = 7$ et $r = \frac{1}{2}$, déterminer u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{21}

3) Si $u_7 = 12$ et $u_{24} = 46$, déterminer la raison r puis u_n en fonction de n et en déduire la valeur de u_{100} et u_0

Exercice 7

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $(\forall n \in \mathbb{N}), u_{n+1} = \sqrt{3 + u_n^2}$ et soit (v_n) la suite numérique telle que : $(\forall n \in \mathbb{N}), v_n = u_n^2$

1) Calculer u_1, v_0 et v_1

2) Montrer que la suite (v_n) est arithmétique dont on déterminera la raison

3) Exprimer v_n en fonction de n

4) Déduire une expression de u_n en fonction de n

Exercice 8

On considère la suite numérique (a_n) définie par :
$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 2} \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

1) a) Calculer les termes a_1 et a_2

b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}), 0 < a_n \leq 1$

c) Montrer que la suite (a_n) est décroissante

2) On pose : $(\forall n \in \mathbb{N}), b_n = \frac{1}{a_n}$

a) Montrer que la suite (b_n) est arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer b_n en fonction de n

c) En déduire une expression de a_n en fonction de n .

Exercice 9 :

Calculer les sommes suivantes :

$$S_1 = 3 + 5 + 7 + \dots + 2023$$

$$S_2 = \frac{1}{3} + 1 + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} + \dots + 13$$

$$S_3 = -7 - 4 - 1 + 2 + 5 + \dots + 23$$

$$S_4 = 5 + 1 - 3 - 7 - \dots - 75$$