



Exercice 1

Déterminer les polynômes parmi ce qui suit :

$$P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 1 ; Q(x) = -5x^3 + 2x\sqrt{x} - 3x + 7 ; R(x) = \frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{4}{3} ; S(x) = 3x^4 - 6x^3 + x - \frac{2}{x} + 7$$

Exercice 2

Dire si les polynômes sont égaux ou non dans chacun des cas suivants :

1) $P(x) = 3x^4 + 5x^3 - x^2 + 7x + 12$ et $Q(x) = x^2(3x^2 + 5x - 8) + x(7x + 7) + 12$

2) $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6x + 13$ et $Q(x) = (x + 1)(4x^2 - 7x + 13)$

3) $P(x) = (2x - 3)(3x^2 + x + 2)$ et $Q(x) = (x + 1)(2x^2 - 9x + 7)$

Exercice 3

On considère le polynôme défini par : $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1) Calculer : $P(1)$; $P(4)$; $P(-3)$; $P(-2)$

2) Déterminer le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par : $x - 1$; $x - 4$; $x + 3$; $x + 2$

Exercice 4

Soit $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 4$

1) Calculer $P(1)$

2) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout réel x on a $P(x) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$

Exercice 5

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$

1) Montrer que 2 est une racine du polynôme P

2) Montrer que si α est une racine du polynôme P , alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de P

3) Déterminer toutes les racines du polynôme P

Exercice 6

Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

1) Montrer que $P(x)$ est divisible par $x - 1$

2) Déterminer deux réels b et c tels que, pour tout réel x on a : $P(x) = (x - 1)(x^2 + bx + c)$

3) Résoudre l'équation $P(x) = 0$

4) Résoudre dans \mathbb{R} , l'inéquation $P(x) \geq 0$ et en déduire le signe de $P(2 - \sqrt{3})$

Exercice 7

1) a) Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $P(x + 1) - P(x) = x$

b) Déduire, en fonction de n , la valeur de $S_2 = 1 + 2 + 3 + \dots + n$, où $n \in \mathbb{N}^*$

2) a) Déterminer un polynôme P de degré 3 tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $P(x + 1) - P(x) = x^2$

b) Déduire, en fonction de n , la valeur de $S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$, où $n \in \mathbb{N}^*$

3) a) Déterminer un polynôme P de degré 4 tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $P(x + 1) - P(x) = x^3$



b) Déduire, en fonction de n , la valeur de $S_2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$, où $n \in \mathbb{N}^*$

Exercice 8

Soit $P(x) = 3x^3 - 6x^2 - x + 2$

- 1) Ecrire $P(x)$ sous forme d'un produit de trois polynômes du premier degré
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$
- 3) Résoudre dans \mathbb{R}^+ l'équation $3x\sqrt{x} - 6x - \sqrt{x} + 2 = 0$
- 4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x+2) = 0$
- 5) Montrer que si $|x| < \frac{1}{2}$, alors $\frac{3}{8} < P(x) < \frac{5}{2}$

Exercice 9

Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose $P(x) = (x-2)^{3n} + (x-1)^{2n} - 1$

- 1) Etablir l'existence d'un polynôme Q tel que pour tout réel x on a : $P(x) = (x-2)Q(x)$
(On ne demande pas de calculer $Q(x)$)
- 2) Déterminer le degré du polynôme Q
- 3) Calculer $P(1)$ en fonction de n , puis déterminer les valeurs de n pour lesquelles $P(x)$ est divisible par $(x-1)$

Smail Eljaafari