



Dans toute la suite de cette série, le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Exercice 1

On considère les vecteurs du plan \vec{u} et \vec{v} tels que $\|\vec{u}\| = 5$, $\vec{v}^2 = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 7$. Calculer :

$$(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (-\vec{u} + 2\vec{v}) ; (2\vec{u} + \vec{v})^2 ; (\vec{u} - 2\vec{v})^2 ; \|-2\vec{u} + 3\vec{v}\| \text{ et } \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

Exercice 2

Soit ABCD un parallélogramme tel que $AB = 7$, $AC = 10$ et $AD = 6$. Calculer les produits scalaires suivants : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$

Exercice 3

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm et H est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC)

- 1) Faire une figure convenable
- 2) Calculer les longueurs AH, BH et CH
- 3) Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$
- 4) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Justifier la réponse

Exercice 4

Dans le plan, on considère les points $A(2, 4)$, $B(-3, -1)$, $C(4, -2)$ et $D(9, 3)$

- 1) Calculer \overrightarrow{AB} et $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$
- 2) Montrer que le quadrilatère ABCD est un losange
- 3) Calculer $\cos(\angle ABC)$ et $\cos(\angle BAD)$

Exercice 5

Soit ABC un triangle tel que $AB = 7$, $BC = 9$ et $AC = 5$.

Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$

Exercice 6

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point $A(-1, 2)$ et de vecteur normal $\vec{n}(2, 5)$
- 2) On considère les points $A(2, -1)$, $B(-3, 0)$ et $C(1, 2)$
 - a) Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice (Δ) du segment [BC]
 - b) Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
 - c) En déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
 - d) Calculer la surface du triangle ABC

Exercice 7

- 1) Déterminer l'équation cartésienne du cercle (C) de centre $\Omega(2, -3)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$
- 2) Déterminer l'ensemble des points $M(x, y)$ dans chacun des cas suivants :
 - a) $x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$



b) $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 4y + 5 = 0$

3) Déterminer une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$ tel que $A(2,3)$ et $B(0,1)$ 4) Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC tel que $A(1,2)$, $B(0,-1)$ et $C(-2,3)$

Exercice 8

Résoudre graphiquement les systèmes :

1)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 > 0 \\ x^2 + y^2 + 4x < 0 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 < 0 \\ x - y - 2 > 0 \end{cases}$$

Exercice 9

Soit (C) le cercle de centre $\Omega(2,1)$ et de rayon $R = 2$ 1) Vérifier que $A(0,1)$ est un point du cercle (C) 2) Ecrire une équation cartésienne de la tangente au cercle (C) au point A 3) Etudier la position relative du cercle (C) avec la droite (D) d'équation $x - y + 2 = 0$.

Exercice 10

Soit $m \in \mathbb{R}$. On considère l'ensemble (C_m) des points $M(x, y)$ vérifiant :

$$x^2 + y^2 - 2mx + (m+2)y - 3m - 4 = 0$$

1) Montrer que (C_m) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon en fonction de m 2) Déterminer (D) l'ensemble des centres des cercles (C_m) quand m varie dans \mathbb{R} .3) Montrer que tous les cercles (C_m) passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées, puis vérifier que $(AB) \perp (D)$ 4) Trouver tous les cercles (C_m) tangentes à la droite (Δ) d'équation $x + 2y + 2 = 0$