



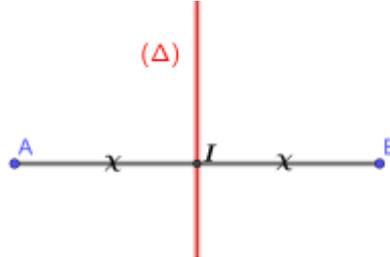
1 – Symétrique d'un point par rapport à une droite

a – Médiatrice d'un segment

Définition

Soit $[AB]$ un segment et I le milieu du segment $[AB]$.

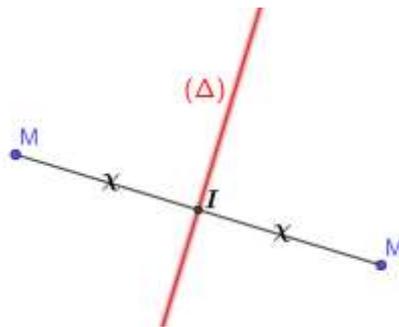
La médiatrice du segment $[AB]$ est la droite (Δ) qui est perpendiculaire à la droite (AB) au point I



b – Symétrique d'un point par une symétrie axiale

Définition

Le **symétrique** d'un point M par **une symétrie axiale** d'axe une droite (Δ) est le point M' tel que (Δ) soit la médiatrice du segment $[MM']$



Remarque

Le symétrique de chaque point de la droite (Δ) par la symétrie axiale d'axe (Δ) est lui-même

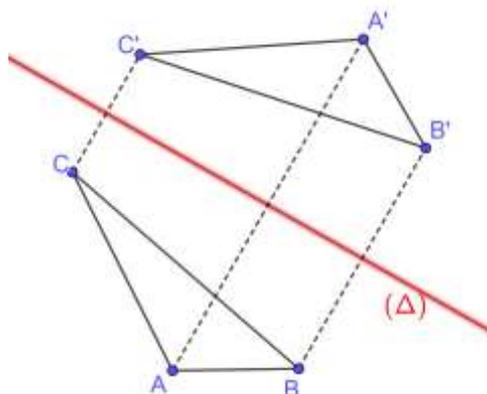
Exemple

ABC est un triangle tel que $AB = 2,5$ cm, $AC = 4,5$ cm et $BC = 6$ cm. Soit (Δ) une droite qui ne coupe pas le triangle ABC .

a) Faire une figure

b) Placer sur la figure les points A' , B' et C' les symétriques respectifs des points A , B et C par rapport à la droite (Δ) .

Réponse

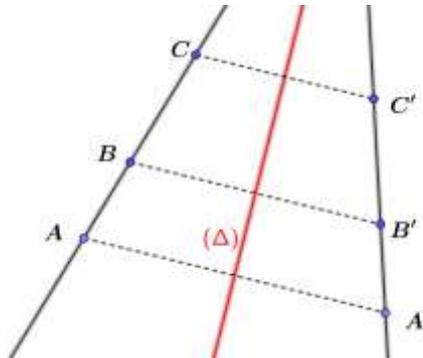




2 – Symétrique d'une droite par rapport à une droite

Proposition

- ❖ Le symétrique d'une droite par une symétrie axiale est une droite.
- ❖ Les symétriques de trois points alignés sont aussi des points alignés
- ❖ Le symétrique d'une demi-droite $[AB)$ est une demi-droite $[A'B')$ où A' et B' sont les symétriques respectifs des points A et B



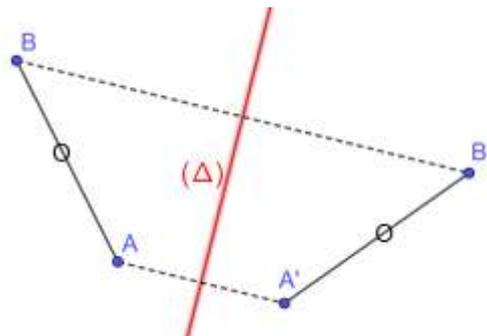
Propriété

La symétrie axiale conserve l'alignement des points

3 – Symétrique d'un segment par rapport à une droite

Proposition

Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur



Propriété

La symétrie axiale conserve les longueurs et les distances

Remarque

Soient A et B deux points du plan et (Δ) une droite et A' et B' les symétriques respectifs des points A et B par rapport à la droite (Δ) . Alors on a : $A'B' = AB$

Exemple

Soient (Δ) une droite, $[AB]$ un segment et O le milieu de $[AB]$.

Soient A' , B' et O' les symétriques respectifs des points A , B et O par rapport à la droite (Δ) .

1) Construire une figure

2) Démontrer que O' est le milieu du segment $[A'B']$

3) Enoncer la propriété correspondante à ce résultat.

Réponse

1) Voir figure 1

2) Les points A , B et O sont alignés, donc les points A' , B' et O' sont alignés aussi (car la symétrie axiale

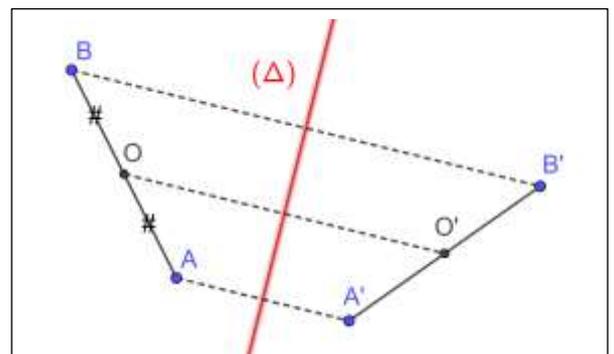


Figure 1



conserve l'alignement des points.

Et on a $A'O' = AO = OB = O'B'$

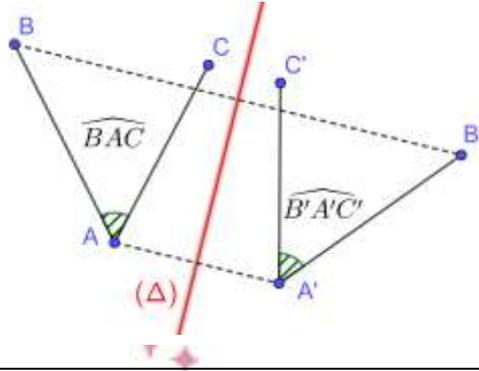
Donc $A'O' = O'B'$. D'où O' est le milieu de $[A'B']$.

3) Propriété : La symétrie axiale conserve les milieux

4 – Symétrique d'un angle par rapport à une droite

Proposition

Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure



Propriété

La symétrie axiale conserve les mesures des angles

Exemple

Soit OAB un triangle tel que $OA = 4$ cm, $OB = 6$ cm et $AOB = 55^\circ$ et soient O' , A' et B' les symétriques respectifs des points O , A et B par rapport à une droite (Δ) ne coupant pas le triangle OAB .

1) Construire une figure convenable

2) Calculer $O'A'$, $O'B'$ et $B'O'A'$

Réponse

1) voir la figure ci-contre

2) Puisque la symétrie axiale conserve les longueurs, alors

$O'A' = OA$ et $O'B' = OB$

Donc $O'A' = 4$ cm et $O'B' = 6$ cm

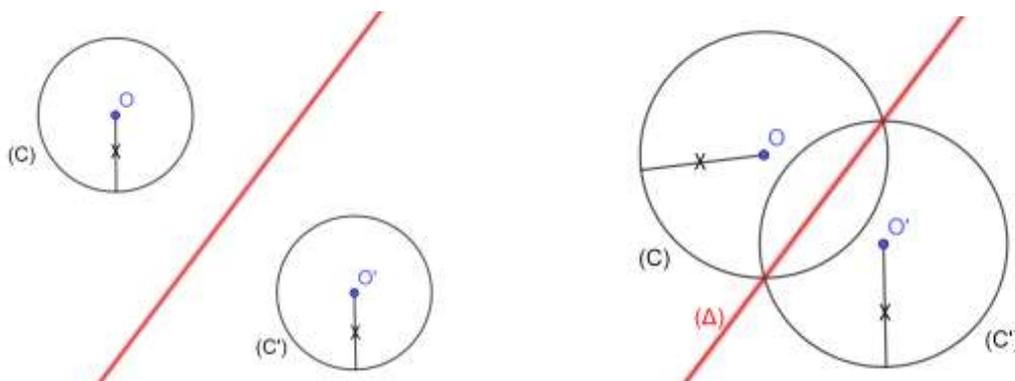
Et comme la symétrie axiale conserve les mesures

des angles, alors $A'O'B' = AOB$ donc $A'O'B' = 55^\circ$

5 – Symétrique d'un cercle par rapport à une droite

Proposition

Le symétrique d'un cercle par rapport à une droite est un cercle de même rayon et leurs centres sont symétriques par rapport à cette droite

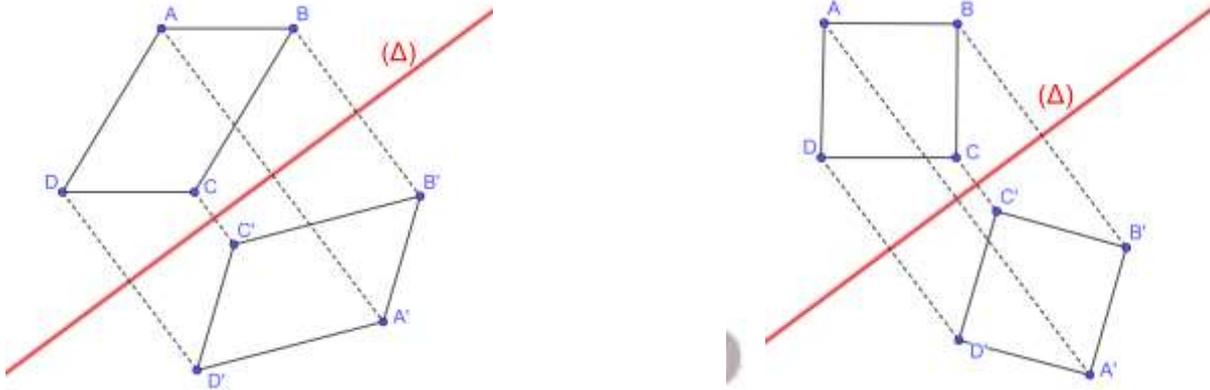




6 – Symétrique d'un polygone par rapport à une droite

Proposition

Le symétrique d'un polygone par rapport à une droite est un polygone de mêmes mesures de longueurs et d'angles et d'aires



Remarques

- ♣ L'image d'un parallélogramme par une symétrie axiale est un parallélogramme de mêmes mesures
- ♣ L'image d'un carré par une symétrie axiale est un carré de mêmes mesures
- ♣ L'image d'un rectangle par une symétrie axiale est un rectangle de mêmes mesures
- ♣ L'image d'un losange par une symétrie axiale est un losange de mêmes mesures
- ♣ L'image d'un triangle par une symétrie axiale est un triangle de mêmes mesures

Smail Eljaâfari