I – Puissance d'un nombre rationnel

1 – Puissance à exposant positif

Définition

Soit a un nombre rationnel non nul et n un entier naturel non nul. On pose :

$$\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ fois} = a^n$$

a^n : se lit « a puissance n ou a exposant n »

a : « est la base de la puissance a^n »

n : « est l'exposant de la puissance a^n »

$a^1 = a$ et $a^0 = 1$ si $a \neq 0$

$a^2 = a \times a$; a^2 se lit « le carré de a » ou « a au carré »

$a^3 = a \times a \times a$; a^3 se lit « le cube de a » ou « a au cube »

Exemples

- $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ se lit « 5 puissance 4 » ou « 5 exposant 4 »
- $(-3{,}5) \times (-3{,}5) = (-3{,}5)^2$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
- $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

2 – Puissance à exposant négatif

Définition

Soient x et $\frac{a}{b}$ deux nombres rationnels non nuls et n un entier naturel non nul.

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n} \quad et \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Exemples

- $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$
- $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$
- $\left(-\frac{13}{25}\right)^{-2} = \left(-\frac{25}{13}\right)^2$

3 – Signe d'une puissance

Règle1

Soit a un nombre rationnel et n un nombre entier non nul. Alors, on a :

Signe de a	Parité de n	Signe de a^n
Négatif	Pair	Positif

		Impair	Négatif	
	Positif	quelconque	positif	

Exemples

- 12^{34} est un nombre rationnel positif car 12 est positif
- $(-24)^{32} = 24^{32}$ est un nombre rationnel positif car son exposant est pair
- $(-17)^{51} = -17^{51}$ est un nombre négatif car sa base (-17) est négatif et son exposant est impair

II – Opérations sur les puissances

Règle 1

Soit a un nombre rationnel et n et m deux entiers naturels non nuls. Alors, on a :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$ et $a^{n+m} = a^n \times a^m$
- $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ et $a^{n-m} = \dfrac{a^n}{a^m}$
- $\left(a^n\right)^m = a^{n\times m}$ et $a^{n\times m} = \left(a^n\right)^m$

Exemples

- $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
- $(-3)^2 \times (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$
- $\dfrac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2$
- $\left(4^3\right)^2 = 4^{3\times 2} = 4^6$

HTTPS://WWW.DIMAMATH.COM
Smail Eljaâfari

Règle 2

Soit a et b deux nombres relatifs et n un entier naturel non nul. Alors, on a :

- $a^n \times b^n = (a\times b)^n$ et $(a\times b)^n = a^n \times b^n$
- $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$ et $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

III – Ecriture scientifique d'un nombre décimal

Règle

Soit n un entier naturel non nul. On a :

- $10^n = 1\underbrace{000...0}_{n \text{ fois } 0}$
- $10^{-n} = \underbrace{0,000...0}_{n \text{ fois } 0}1$

Exemples

- $10^4 = 10000$
- $10^0 = 1$
- $10^{-5} = 0,00001$

Définition

Soit a un nombre rationnel et n un nombre entier relatif non nul.

Toute écriture de la forme : $x = a \times 10^n$ *ou* $x = -a \times 10^n$ *avec* $1 \leq a < 10$ s'appelle « **l'écriture scientifique de** x »

Exemples

- L'écriture scientifique de $x = 2581$ est $x = 2,581 \times 10^3$
- L'écriture scientifique de $x = 0,0000263$ est $x = 2,63 \times 10^{-5}$

Ordre de grandeur

Ecriture scientifique	Encadrement par deux puissances successives de 10	Un ordre de grandeur
$A = 5,16 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	5×10^7
$B = 7,25 \times 10^{-4}$	$10^{-5} < B < 10^{-4}$	7×10^{-5}

HTTPS://WWW.DIMAMATH.COM
Smail El jaâfari