Exercice 1

Soit ABC un triangle tel que $BC = 3$, $AC = 6$ et $AB = 4$.

On considère les points pondérés $(A,1)$; $(B,-3)$ et $(C,2)$.

On note $E = \mathrm{Bar}\{(A,1);(B,-3)\}$, $F = \mathrm{Bar}\{(A,1);(C,2)\}$ et $K = \mathrm{Bar}\{(C,2);(B,-3)\}$

1) Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

2) Montrer que $\overrightarrow{BK} = -2\overrightarrow{BC}$, et en déduire que $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

3) Montrer que les droites (CE), (BF) et (AK) sont parallèles

4) Construire le triangle ABC et les points K, F et E

Exercice 2

Soit G le barycentre des points pondérés $(A,4)$; $(B,2)$ et $(C,2)$ et soit I le milieu du segment $[BC]$.

1) Déterminer une relation vectorielle liant les points A, B, C et G

2) a) Montrer que I est le barycentre du système pondéré $\{(B,2);(C,2)\}$

b) Montrer que G est le milieu du segment $[AI]$

3) Construire le triangle ABC et les points I et G.

4) Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan vérifiant la relation

$$\left\|2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}\right\| = \left\|2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$$

a) Montrer que les points A et I appartiennent à (Γ)

b) Montrer que $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = 4\overrightarrow{GM}$ *et* $2\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AI}$

c) En déduire que (Γ) est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon

Exercice 3

$ABCD$ est un quadrilatère

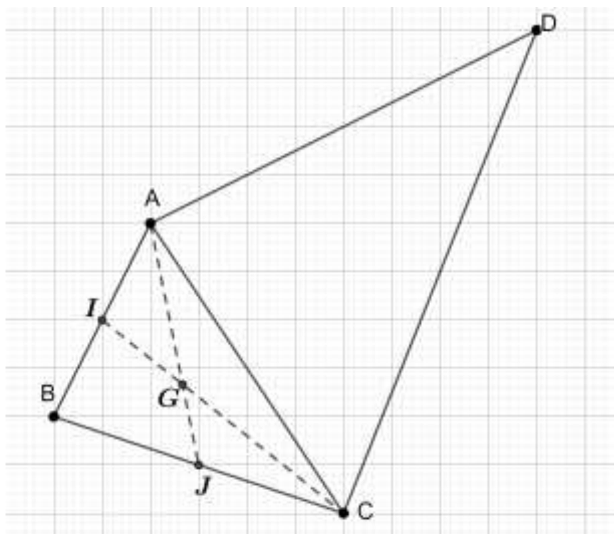
G est le centre de gravité du triangle ABC

I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$

$L = \{(A,1);(D,3)\}$

$K = \{(A,1);(D,3)\}$

$H = \mathrm{Bar}\{(A,1);(B,1);(C,1);(D,3)\}$



Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK), (JL) et (DG) sont concourantes

1) Placer sur la figure les points L et K

2) Démontrer que H est le barycentre des points G et D dont on déterminera les coefficients

2) Démontrer que H est le barycentre des points J et L dont on déterminera les coefficients

3) Démontrer que H est le barycentre des points I et K dont on déterminera

4) Que peut-on conclure ?

Exercice 4

Soient A et B deux points distincts du plan.
Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant :

1) $\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=4$

2) $\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|<5$

3) $2\times\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|$

Exercice 5

Dans le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A(2,1)$; $B(-1,4)$ et $C(-3,-2)$

1) Placer les points A, B et C

2) Calculer les coordonnées du centre de gravité G du triangle ABC

3) Calculer les coordonnées de $G'=\mathrm{Bar}\left\{(A,-2);(B,3);(C,1)\right\}$

4) Les points O, G et G' ?

Exercice 6

Soit $ABCD$ un carré et K le barycentre des points pondérés $(A,2)$; $(B,-1)$; $(C,2)$ et $(D,1)$.

1) Soit I le barycentre du système pondéré $\left\{(A,2);(B,-1)\right\}$. Déterminer I puis construire I

2) Soit J le barycentre du système pondéré $\left\{(C,2);(D,1)\right\}$. Déterminer J puis construire J

3) a) Ecrire le vecteur $2\overrightarrow{KA}-\overrightarrow{KB}$ en fonction de $\overrightarrow{KI}$

b) Ecrire le vecteur $2\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}$ en fonction de KJ

4) Montrer que K est le barycentre du système pondéré $\left\{(I,1);(J,3)\right\}$ puis construire K

5) On munit le plan à un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$. Et on suppose que $A(1,2)$; $B(2,3)$; $C(3,2)$ et $D(2,1)$.

Déterminer les coordonnées des points I, J et K.