

Exercice 1

Soit ABC un triangle, I le milieu du segment $[AC]$ et M le point de la droite (BC) tel que

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

1) La droite passant par M et parallèle à la droite (BI) coupe la droite (AC) en un point P , et soit Q le point d'intersection des droites (AM) et (BI)

a) Montrer que $\overrightarrow{IC} = 3\overrightarrow{IP}$

b) En déduire que $\overrightarrow{PA} = 4\overrightarrow{PI}$ et que $\overrightarrow{MA} = 4\overrightarrow{MQ}$

2) La droite passant par le point I et parallèle à la droite (AM) coupe la droite (BC) en K .

Montrer que $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{KC}$ et que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MK}$

Exercice 2

Soit ABC un triangle, M le milieu du segment $[BC]$ et D le point du plan tel que $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MA}$.

Soit E le projeté de D sur (BC) parallèlement à (AB)

Soit le projeté de D sur (BC) parallèlement à (AC)

1) Construire une figure convenable

2) a) Montrer que $\overrightarrow{ME} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$ et que $\overrightarrow{MF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MC}$

b) Déduire que M est le milieu de $[EF]$

3) La droite (ED) coupe la droite (AC) en un point K .

a) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{5}{8}\overrightarrow{CB}$

b) Déduire que $\overrightarrow{CK} = \frac{5}{8}\overrightarrow{CA}$

Exercice 3

Soit ABC un triangle et le point G du plan tel que $\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1) Montrer que $\overrightarrow{AG} = -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ puis construire le point G

2) Soit G' le projeté de G sur (AB) parallèlement à (BC) .

Montrer que G' est le milieu de $[AB]$

Exercice 4

Soit $ABCD$ le trapèze dont les bases sont $[AB]$ et $[CD]$ et O le point d'intersection de ses diagonales.

Soit M le milieu de $[AD]$ et N son projeté sur (BC) parallèlement à (AB)

1) a) Montrer que N est le milieu de $[BC]$

b) Montrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$



2) Soit I le projeté de A sur (BD) parallèlement à (BC) et J le projeté de B sur (AC) parallèlement à (AD).

Montrer que $\frac{OI}{OB} = \frac{OJ}{OA}$ et en déduire que (IJ) || (AB)

Exercice 5

Soit ABCD un parallélogramme et E un point du plan tel que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et soit F le projeté de E sur (BC) parallèlement à (AB)

1) Construire une figure convenable

2) Montrer que $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$

3) Montrer que $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

4) Soit M un point du plan tel que $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

Montrer que (ME) || (BC)