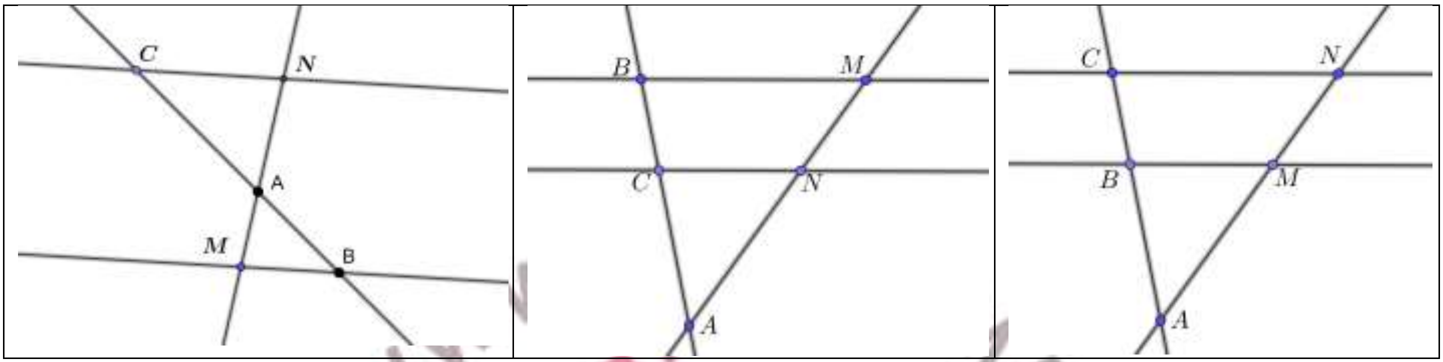
1 – Théorème direct de Thalès

Théorème de Thalès

$$\text{Si}\left.\begin{array}{l}\bullet\ A,\ B \text{ et } C \text{ sont alignés}\\ \bullet\ A,\ M \text{ et } N \text{ sont alignés}\\ \bullet\ (BM)\parallel(CN)\end{array}\right\}\ \text{Alors : } \frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AN}=\frac{BM}{CN}$$

Configurations de Thalès



Remarques

- Le théorème de Thalès est très utile lorsqu'on cherche à calculer une ou plusieurs des mesures manquantes dans une figure formée par des sécantes qui croisent des droites parallèles
- Un autre énoncé du théorème de Thalès :

$$\left.\begin{array}{l}\bullet \text{ Les droites } (BC) \text{ et } (MN) \text{ se coupent en un point } A\\ \bullet\ (BM)\parallel(CN)\end{array}\right\}\ \text{alors : } \frac{AB}{AC}=\frac{AM}{AN}=\frac{BM}{CN}$$

- Le théorème des milieux est un cas intéressant du théorème de Thalès :
  Dans un triangle ABC, si Une droite passe par le milieu d'un segment $[AB]$ est parallèle à la droite (BC), alors elle coupe le segment $[AC]$ en son milieu
- Le théorème de Thalès permet aussi de montrer que deux droites ne sont pas parallèles :

Exemple 1

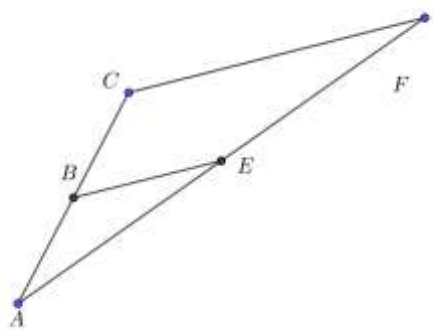
Sur la figure ci-contre, on a :

$AB = 2{,}5$; $AE = 4$; $AC = 5$; $CF = 4$

Et les droites (BE) et (CF) sont parallèles.

1) Calculer les longueurs AF et BE

2) En déduire la longueur EF



Réponse

1) Données :

- Les points $A,\ B\ et\ C$ sont alignés
- Les points $A,\ E\ et\ F$ sont alignés
- $(BE)\parallel(CF)$

D'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{BE}{CF}$

Donc $\dfrac{2{,}5}{5}=\dfrac{4}{AF}=\dfrac{BE}{5}$

Donc $\dfrac{2{,}5}{5}=\dfrac{4}{AF}$ et $\dfrac{2{,}5}{5}=\dfrac{BE}{5}$

D'où $AF = \dfrac{4\times 5}{2,5} = \dfrac{20}{2,5} = 8$ et $BE = \dfrac{5\times 2,5}{5} = 2,5$

Alors $AF = 8 \ et \ BE = 2,5$

2) Puisque les points $A,\ E\ et\ F$ sont alignés, alors on a $AF = AE + EF$

Donc $EF = AF - AE = 8 - 4 = 4$

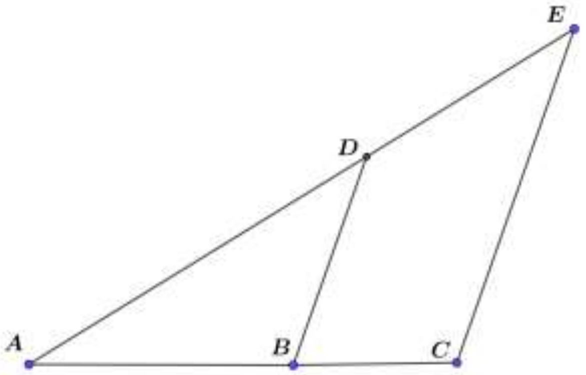
D'où $EF = 4$

Proposition

Si
- Les droites (BC) et (MN) sont sécantes en un point A
- $\dfrac{AB}{AC} \neq \dfrac{AM}{AN}$

alors les droites (BM) et (CN) ne sont pas parallèles

Exemple 2



Dans la figure ci-contre, on donne les longueurs Suivantes :

$AB = 6,3cm$; $BC = 4,9cm$; $AE = 17cm$

Et $DE = 7cm$

Les droites (BD) et (CE) sont-elles Parallèles ? Justifier la réponse

Réponse

On a les droites (BC) et (DE) sont sécantes en A .

Et $\left.\begin{array}{l} \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{6,3}{11,2} = \dfrac{9}{16} \\ et\ \dfrac{AD}{AE} = \dfrac{10}{17} \end{array}\right\}$; comme $\dfrac{9}{16} \neq \dfrac{10}{17}$, alors $\dfrac{AB}{AC} \neq \dfrac{AD}{AE}$

Donc les droites (BD) et (CE) ne sont pas parallèles

2 – Réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

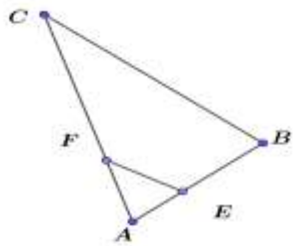
Si
- Les points A, M, B ainsi que les points A, N, C sont alignés dans le même ordre
- $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

alors : Les droites (MN) et (BC) sont parallèles

Exemple

Sur la figure ci-contre on a :

- $AB = 4,8$ cm
- $AE = 1,2$ cm
- $AC = 7,2$ cm
- $AF = 1,8$ cm



Montrer que les droites (EF) et (BC) sont parallèles

Réponse

On a : les points A, F, C ainsi que les points A, E, B sont alignés dans le même ordre et on a :

$\frac{AB}{AE} = \frac{4,8}{1,2} = 4$ et $\frac{AC}{AF} = \frac{7,2}{1,8} = 4$

Donc $\frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, Les droites (EF) et (BC) sont parallèles

Remarque

- La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer le parallélisme de deux droites
- L'ordre des points est très important, il faut s'assurer qu'ils ont le même ordre à chaque fois que la situation se présente