I – Barycentre de deux points pondérés

1 – Définition et vocabulaires

Définition 1

Soit A un point du plan et soit $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Le couple (A,α) s'appelle **un point pondéré**
- Le réel α s'appelle **le poids ou la masse** du point A
- On appelle **système de points pondérés** toute collection d'un nombre de points pondérés

Exemples

- $(E,-5);(F,3);(G,0)$ sont des points pondérés
- $\{(E,-5);(F,3);(G,0)\}$ est un système de points pondérés

Théorème et définition 2

- Soient (A,α) et (B,β) deux points pondérés tels que $\alpha+\beta\neq 0$, alors il existe un unique point G vérifiant l'égalité : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$
- Le point G s'appelle **le barycentre** des points pondérés ou du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$

Exemple

On considère les points A, B et C trois points du plan tels que $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

Montrer que le point C est le barycentre des points A et B dont on déterminera les coefficients

Réponse

On a $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\right)+3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{BC}=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow -2\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}-3\overrightarrow{CA}-3\overrightarrow{CB}=\vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -5\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$$

Donc le point C est le barycentre du système pondéré $\{(A,5);(B,1)\}$

Remarque

- Si (A,α) et (B,β) sont deux points pondérés tels que $\alpha+\beta=0$, alors il n'existe pas de barycentre des deux points pondérés (A,α) et (B,β).
- Si $\alpha\neq 0$ et $\beta=0$, alors $G=A$
- Si $\alpha=0$ *et* $\beta\neq 0$, alors $G=B$
- Si $\alpha=\beta$, alors G est le milieu du segment $[AB]$

2 – Propriétés

Propriété 1 (Propriété caractéristique du barycentre)

Soient (A,α) et (B,β) deux points pondérés tels que $\alpha+\beta\neq 0$.

Le point G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ si et seulement si : pour tout point M du plan on a $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$

On a, alors : $\overrightarrow{MG}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{MA}+\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{MB}$

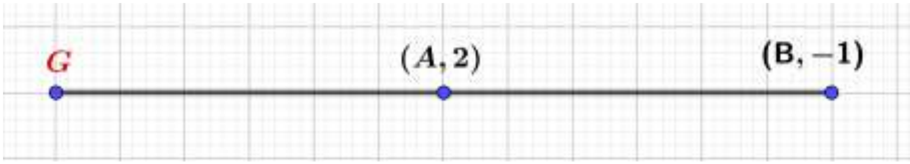
Conséquences

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$, alors $\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BG}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{BA}$

Exemple

Placer le barycentre G du système pondéré $\{(A,2);(B,-1)\}$

On a : $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}=\frac{-1}{2-1}\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}$



Propriété (Homogénéité du barycentre)

Soit G le barycentre du système pondéré $\{(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)\}$ $(\alpha+\beta\neq 0)$, alors G est aussi le barycentre du système pondéré $\{(\mathrm{A},k\alpha);(\mathrm{B},k\beta)\}$ pour tout réel k non nul

On dit que le barycentre de deux points pondérés ne change pas si on multiplie ou on divise les coefficients des points par un même nombre réel non nul.

Remarque

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)\}$, alors G est aussi barycentre du système pondéré $\left\{\left(A,\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right);\left(B,\frac{\beta}{\alpha+\beta}\right)\right\}$

Proposition

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)\}$ tel que $\alpha\beta\neq 0$.

- Si $\alpha\beta>0$, alors $G\in[AB]$
- Si $\alpha\beta<0$ *et* $|\alpha|>|\beta|$, alors $G\notin[AB]$ *et* $G\in[BA)$
- Si $\alpha\beta<0$ *et* $|\alpha|<|\beta|$, alors $G\notin[AB]$ *et* $G\in[AB)$

Propriété (Coordonnées du barycentre)

Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Soit G le barycentre du système pondéré $\{(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)\}$, alors :

- $\overrightarrow{OG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\overrightarrow{OA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{OB}$
- Si en plus $A(x_A,y_A)$ *et* $B(x_B,y_B)$, alors G a pour coordonnées $\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B}{\alpha+\beta} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B}{\alpha+\beta}\end{cases}$

II – Barycentre de trois points pondérés

1 – Définition et vocabulaires

Théorème et définition

Soient $(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)$ *et* (C,γ) trois points pondérés du plan tels que $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$. Alors il existe un unique point G du plan, vérifiant l'égalité : $\alpha\overrightarrow{\mathrm{GA}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{GB}}+\gamma\overrightarrow{\mathrm{GC}}=\vec{0}$.

Le point G s'appelle **le barycentre** du système pondéré $\{(\mathrm{A},\alpha);(\mathrm{B},\beta)$ *et* $(\mathrm{C},\gamma)\}$

Exemples

Soient A, B, C et D quatre points du plan tels que $2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AD}=\vec{0}$.

Montrer que le point D est le barycentre des points dont on déterminera les coefficients

Réponses

1) On a $2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AD}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)-3\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\right)+4\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{DA}+3\overrightarrow{DA}-3\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{DA}-3\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$$

Donc D est le barycentre des points pondérés $(A,5)$; $(B,-3)$ et $(C,2)$

Remarque

Le barycentre de trois points pondérés de mêmes coefficients est appelé **isobarycentre ou centre de gravité des trois points**

2 - Propriétés

Propriété 1 (Propriété caractéristique du barycentre)

Soient (A,α), (B,β) et (C,γ) trois points pondérés tels que $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$.

Le point G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ si et seulement si : pour tout point M du plan on a $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$

On a, alors : $\overrightarrow{MG}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MA}+\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{MC}$

Conséquence

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$, alors on a :

$\overrightarrow{AG}=\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BG}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{BA}+\dfrac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{BC}$ et

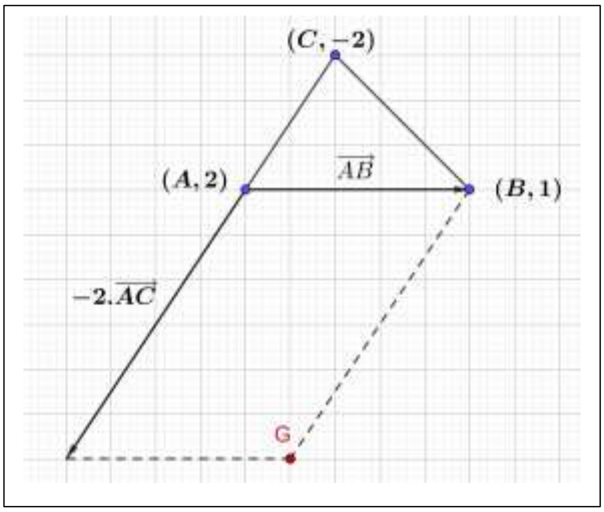
$\overrightarrow{CG}=\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{CA}+\dfrac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{CB}$

Exemple

1)Soit ABC un tringle et soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,2);(B,1);(C,-2)\}$. Construire une figure.

On a : $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{2+1-2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{-2}{2+1-2}\overrightarrow{AC}$

$=\overrightarrow{AB}-2.\overrightarrow{AC}$



2) Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\right\|=5$

Réponse

2) Puisque $2+1-4=-1\neq 0$, alors le système pondéré $\{(A,2);(B,1);(C,-7)\}$ possède un barycentre G, donc d'après la propriété caractéristique du barycentre on a : $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}=-\overrightarrow{MG}$. D'où

$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-4\overrightarrow{MC}\right\|=5 \Leftrightarrow \left\|-\overrightarrow{MG}\right\|=5 \Leftrightarrow MG=5$. Donc l'ensemble recherché est le cercle de centre G et de rayon 5

Propriété 2 (Homogénéité du barycentre)

Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ $(\alpha+\beta+\gamma\neq 0)$, alors G est aussi le barycentre du système pondéré $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma)\}$ pour tout réel k non nul.

On dit que le barycentre de trois points pondérés ne change pas si on multiplie ou on divise les coefficients des points par un même nombre réel non nul.

Remarque

Si G le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ $(\alpha+\beta+\gamma\neq 0)$, alors G est aussi le barycentre du système pondéré $\left\{\left(A,\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\right);\left(B,\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\right);\left(C,\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\right)\right\}$.

Propriété 3 (Associativité du barycentre)

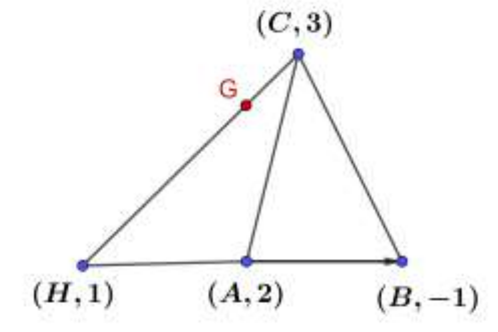
Soient (A,α), (B,β) et (C,γ) trois points pondérés tels que $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ et $\alpha+\beta\neq 0$. Soit H le barycentre partiel du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$. Alors :

G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$ si et seulement si G est le barycentre du système pondéré $\{(H,\alpha+\beta);(C,\gamma)\}$

Autrement dit : Le barycentre de trois points pondérés ne change pas si on change deux points d'entre eux (dont la somme des coefficients est non nulle) par leur barycentre partiel pondéré par la somme de leur coefficients

Exemple

On considère les points pondérés $(A,2)$; $(B,-1)$ *et* $(C,3)$ et soit G leur barycentre. Construire G en utilisant l'associativité du barycentre.



Réponse

On a $2+(-1)+3=4\neq 0$ *et* $2+(-1)=1\neq 0$ donc les systèmes pondérés $\{(A,2);(B,-1);(C,3)\}$ admet un barycentre G et $\{(A,2);(B,-1)\}$ admet un barycentre H.

Et on a $\overrightarrow{AH}=\frac{-1}{2-1}\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AB}$. D'après l'associativité du Barycentre, G est donc le barycentre du système pondéré $\{(H,1);(C,3)\}$ donc $\overrightarrow{HG}=\frac{3}{1+3}\overrightarrow{HC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{HC}$

Propriété 4 (Coordonnées du barycentre)

Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma)\}$, alors :

- ♣ $\overrightarrow{OG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{OC}$

- Si en plus $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$ *et* $C(x_C,y_C)$, alors G a pour coordonnées dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$: $(x_G,y_G)=\left(\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma},\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}\right)$

Exemple

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(-1,2)$; $B(0,-3)$; $C(1,0)$

1) Déterminer les coordonnées du barycentre G du système pondéré $\{(A,2);(B,-3);(C,4)\}$

2) Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABC

Réponse

1) On a $\begin{cases} x_G=\dfrac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{2\times(-1)-3\times 0+4\times 1}{2+-3+4}=\dfrac{2}{3} \\ y_G=\dfrac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=\dfrac{2\times 2-3\times(-3)+4\times 0}{2+-3+4}=\dfrac{13}{3}\end{cases}$ donc $G\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{13}{3}\right)$

2) On a $\begin{cases} x_H=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{-1+0+1}{3}=0 \\ y_H=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{2-3+0}{3}=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$ donc $H\left(0,-\dfrac{1}{3}\right)$

III – Barycentre de quatre points pondérés

1 – Définition et vocabulaires

Théorème et définition

Soient (A,α); (B,β); (C,γ) *et* (D,δ) quatre points pondérés du plan tels que $\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0$.

Alors il existe un unique point G du plan, vérifiant l'égalité : $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}+\delta\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

- Le point G s'appelle **le barycentre** du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$
- Si $\alpha=\beta=\gamma=\delta$ *et* $\alpha\neq 0$, le point G s'appelle **l'isobarycentre ou le centre de gravité** du quadrilatère ABCD

Exercice

On considère les points A, B, C, D et E cinq points du plan tels que $2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CD}+4\overrightarrow{EB}=\vec{0}$.

Montrer que le point A est le barycentre des points B, C, D et E dont on déterminera les coefficients

Réponse

On a $2\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{CD}+4\overrightarrow{EB}=\vec{0}\Leftrightarrow -2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}-4\overrightarrow{AE}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}-4\overrightarrow{AE}=\vec{0}$$

Donc A est le barycentre du système pondéré $\{(B,3);(C,-4);(D,3);(E,-4)\}$

Remarque

- Si $\alpha=\beta=\gamma=\delta$ et $\alpha\neq 0$, le point G s'appelle **l'isobarycentre ou le centre de gravité** du quadrilatère $ABCD$
- Si $\alpha+\beta+\gamma+\delta=0$, le système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$ n'a pas de barycentre

2 – Propriétés

Propriété 1 (Propriété caractéristique du barycentre)

Soient (A,α), (B,β), (C,γ) *et* (D,δ) quatre points pondérés tels que $\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0$.

Le point G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$ si et seulement si :

pour tout point M du plan on a $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}+\delta\overrightarrow{MD}=(\alpha+\beta+\gamma+\delta)\overrightarrow{MG}$

On a, alors : $\overrightarrow{MG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{MA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{MB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{MC}+\frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{MD}$

Conséquence

Si G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$, alors on a :

$\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{AC}+\frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{AD}$;

$\overrightarrow{BG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{BA}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{BC}+\frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{BD}$;

$\overrightarrow{CG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{CA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{CB}+\frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{CD}$ et

$\overrightarrow{DG}=\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{DA}+\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{DB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{DC}$

Propriété 2 (Homogénéité du barycentre)

Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$ $(\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0)$, alors G est aussi le barycentre du système pondéré $\{(A,k\alpha);(B,k\beta);(C,k\gamma);(D,k\delta)\}$ pour tout réel k non nul.

On dit que le barycentre de quatre points pondérés ne change pas si on multiplie ou on divise les coefficients des points par un même nombre réel non nul.

Remarque

Soit G le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$ $(\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0)$, alors G est aussi le barycentre du système pondéré

$$\left\{\left(A,\frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma}\right);\left(B,\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\right);\left(C,\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\right);\left(D,\frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\right)\right\}$$

Propriété 3 (Associativité du barycentre)

Soient (A,α), (B,β), (C,γ) et (D,δ) quatre points pondérés tels que $\alpha+\beta+\gamma+\delta\neq 0$ et $\alpha+\beta\neq 0$ et $\gamma+\delta\neq 0$. Soit H le barycentre partiel du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ et K le barycentre partiel du système pondéré $\{(C,\gamma);(D,\delta)\}$. Alors :

G est le barycentre du système pondéré $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$ si et seulement si G est le barycentre du système pondéré $\{(H,\alpha+\beta);(K,\gamma+\delta)\}$

Autrement dit : Le barycentre de quatre points pondérés ne change pas si on change deux points d'entre eux (dont la somme des coefficients est non nulle) par leur barycentre partiel pondéré par la somme de leur coefficients

.Exemple

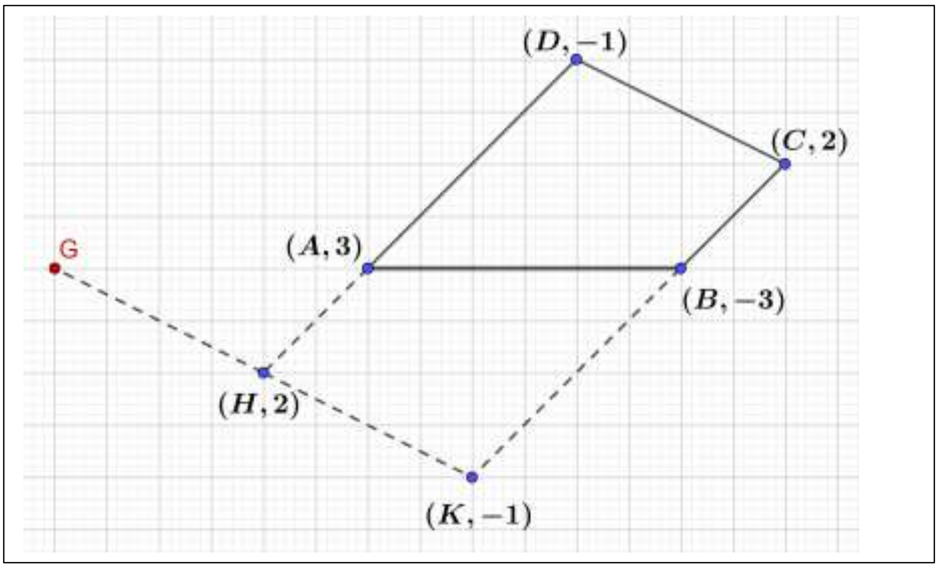
On considère les points pondérés $(A,3)$; $(B,-3)$; $(C,2)$ et $(D,-1)$. Construire $G=\mathrm{Bar}\{(A,3);(B,-3);(C,2)\text{ et }(D,-1)\}$.

Réponse

On a : $3+(-1)=2\neq 0$ et $-3+2=-1\neq 0$, notons $H = \text{Bar}\{(A,3);(D,-1)\}$ et $K = \text{Bar}\{(B,-3);(C,2)\}$

donc : $\overrightarrow{AH} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{-1}\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BC}$

D'après la propriété de l'associativité du barycentre on a : $\overrightarrow{HG} = \frac{-1}{1}\overrightarrow{HK} = -\overrightarrow{HK}$



<u>Propriété 4</u> (Coordonnées du barycentre)

Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.Soit $G = \text{Bar}\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\gamma);(D,\delta)\}$, alors :

♣ $$\overrightarrow{OG} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{OA} + \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{OB} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{OC} + \frac{\delta}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\overrightarrow{OD}$$

Si en plus si $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$, $C(x_C,y_C)$ et $D(x_D,y_D)$, alors G a pour coordonnées dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$: $(x_G,y_G) = \left(\frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}, \frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C+\delta y_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta}\right)$

<u>Exemple</u>

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$, on considère les points $A(-1,2)$; $B(0,-3)$; $C(1,0)$ et $D(2,1)$

1) Déterminer les coordonnées du barycentre G du système pondéré $\{(A,2);(B,-3);(C,4);(D,-1)\}$

2) Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABCD

<u>Réponse</u>

1) On a $$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A+\beta x_B+\gamma x_C+\delta x_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta} = \frac{2\times(-1)-3\times0+4\times1-1\times2}{2+-3+4-1} = 0 \\ y_G = \frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C+\delta y_D}{\alpha+\beta+\gamma+\delta} = \frac{2\times2-3\times(-3)+4\times0-1\times1}{2+-3+4-1} = \frac{12}{2} = 6 \end{cases}$$ donc $G(0,6)$

2) On a $$\begin{cases} x_H = \frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4} = \frac{-1+0+1+2}{4} = \frac{1}{2} \\ y_H = \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4} = \frac{2-3+0+1}{4} = 0 \end{cases}$$ donc $H\left(\frac{1}{2},0\right)$