الأولمبياد الوطنية في الرياضيات 2020

الفرض الثاني باللغتين العربية والفرنسية

المستوى الدراسي : السنة الأولى بكالوريا **الشعبة : علوم رياضية**

تاريخ التمرير : الجمعة 14 دجنبر 2018 **مدة الإنجاز : ساعتان ونصف**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Exercice 1 : Soient a, b et c des nombres réels vérifiant :

$$|a-b|\geq|c|,\ |b-c|\geq|a|\ \text{ et }\ |c-a|\geq|b|.$$

Montrer que l'un des trois nombres a, b ou c est la somme des deux autres.

التمرين 1 : لتكن a وb وc أعداداً حقيقية تُحقّق :

$$|a-b|\geq|c|\ \text{ و }\ |b-c|\geq|a|\ \text{ و }\ |c-a|\geq|b|.$$

بيّن أن أحد الأعداد a أو b أو c هو مجموع العددين الآخرين.

Exercice 2 : Soit $ABCD$ un quadrilatère inscrit dans un cercle $(\mathcal{C})$. On considère les points P et Q tels que :

$$(AD)\cap(BC)=\{P\}\ (AB)\cap(CD)=\{Q\}.$$

1. Montrer que les bissectrices intérieures des angles $\widehat{[APB]}$ et $\widehat{[BQC]}$ sont perpendiculaires.
2. Soient S et T les points de contact du cercle $(\mathcal{C})$ et des deux tangentes passant par P. Montrer que S, T et Q sont des points alignés.

التمرين 2 : ليكن $ABCD$ رباعياً مُحاطاً بدائرة $(\mathcal{C})$.
نعتبر النقطتين P وQ بحيث :

$$(AD)\cap(BC)=\{P\}\ \text{ و }\ (AB)\cap(CD)=\{Q\}.$$

1. بيّن أن المنصفين الداخليين للزاويتين $\widehat{[APB]}$ و$\widehat{[BQC]}$ متعامدين.
2. لتكن S وT نقطتا تماس الدائرة $(\mathcal{C})$ والمماسين المارين من النقطة P.
بين أن S وT وQ نقط مستقيمية.

Exercice 3 : Un professeur a écrit dans une feuille tous les restes de la division de 365 par chacun des nombres 1, 2, 3,$\cdots$, et 365. Ensuite, un élève a écrit dans une autre feuille tous les restes de la division de 366 par chacun des nombres 1, 2, 3,$\cdots$, et 366.
À qui appartient la feuille dont la somme de tous les restes est la plus grande et de combien ?

التمرين 3 : كتب مدرس في ورقة جميع بواقي قسمة 365 على كل من الأعداد 1 و2 و3 و$\cdots$ و365.
بعدذلك، كتب أحد التلاميذ في ورقة أخرى جميع بواقي قسمة 366 على كل من الأعداد 1 و2 و3 و$\cdots$ و366.
من يملك الورقة التي يكون فيها مجموع جميع البواقي أكبر وبِكم ؟