

Exercice 1

Soit ABCD un parallélogramme et E et F deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{DE} = \frac{5}{2}\overrightarrow{DA} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$$

- 1) Construire les points E et F
- 2) Montre que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$
- 3) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{BE} et \overrightarrow{BF} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}
- 4) a) Etablir que : $2\overrightarrow{BE} + 3\overrightarrow{BF} = \vec{0}$
b) En déduire que les points B, E et F sont alignés

Exercice 2

Soit EFG un triangle et A et B deux points tels que : $\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FG} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{EA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EG}$

- 1) Faire une figure
- 2) a) Montrer que : $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{EF} - \overrightarrow{EG}$
b) Déduire que : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{EF} - \frac{4}{3}\overrightarrow{EG}$
- 3) Soit C un point du plan tel que : $\overrightarrow{EC} = -\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EG}$
a) Montrer que : $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{EF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EG}$
b) Déduire que les points A, B et C sont alignés

Exercice 3

Soit ABCD un parallélogramme, on considère les deux points I et J tels que :

$$\overrightarrow{AF} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AD} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CE} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$$

- 1) Construire une figure
- 2) Montrer que $\overrightarrow{BI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB}$
- 3) Calculer le vecteur \overrightarrow{BI} en fonction de \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AB}
- 4) Calculer le vecteur \overrightarrow{BJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{BC}
- 5) Déduire que les points B, I et J sont alignés

Exercice 4

Soit ABCD un parallélogramme. On considère les points M et N tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{AD}$$

- 1) Faire une figure
- 2) Montrer que : $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$
- 3) Déduire que les points C, M et N sont alignés
- 4) Soit I le milieu du segment $[DN]$ et J le point tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BJ}$

a) Montrer que C est le milieu du segment $[IJ]$

b) Montrer que $(IJ) // (BD)$

Exercice 5

Soit ABC un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 4$ et $BC = 3$; et soient E, F, G et K les points tels que :

$$3\vec{AE} + 2\vec{BE} = \vec{0}, 3\vec{AF} - \vec{CF} = \vec{0}, 2\vec{BK} - \vec{CK} = \vec{0} \text{ et } 3\vec{AG} + 2\vec{CG} = \vec{0}$$

1) Montrer que $\vec{AE} = \frac{2}{5}\vec{AB}$ et que $\vec{AF} = -\frac{1}{2}\vec{AC}$

2) Montrer que $\vec{BK} = -\vec{BC}$ et en déduire que $\vec{AK} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$

3) a) Montrer que : $5\vec{EG} - \vec{CG} = \vec{0}$

b) Montrer que : $3\vec{AG} + \vec{KG} = \vec{0}$

c) En déduire que les droites (CE) et (AK) sont sécantes et se coupent au point G

4) Montrer que le point G est le milieu du segment $[BF]$

5) a) Ecrire \vec{AG} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC}

b) Construire le triangle ABC et les points E, F, G et K

Exercice 6

Soit ABC un triangle et E et F deux points du plan et $k \in \mathbb{R}$ tels que :

$$\vec{AE} = 3\vec{AB} + (1+k)\vec{AC} \text{ et } \vec{AF} = (1+k)\vec{AB} + 3\vec{AC}$$

1) Montrer que les vecteurs \vec{EF} et \vec{CB} sont colinéaires pour tout $k \in \mathbb{R}$

2) Pour quelles valeurs de k les points E et F sont confondus ?

3) Calculer la valeur de k pour laquelle le quadrilatère BCEF soit un parallélogramme

Exercice 7

Soit ABCD un parallélogramme. Soient M, N et P trois points du plan tels que :

$$\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AB}, \vec{AN} = \frac{3}{4}\vec{AC} \text{ et } \vec{AP} = \frac{3}{4}\vec{AD}$$

1) Faire une figure convenable

2) Montrer que $\vec{MN} = \frac{3}{4}\vec{BC}$

3) Montrer que $\vec{MN} = \vec{AP}$

4) a) Montrer que $\vec{AM} + \vec{AP} = \vec{AN}$

b) En déduire la nature du quadrilatère AMNP

Exercice 8

Soit ABC un triangle. Soient E, F et G trois points du plan donnés dans la figure ci-dessous

1) Déterminer les valeurs des réels α , β et γ tels que :

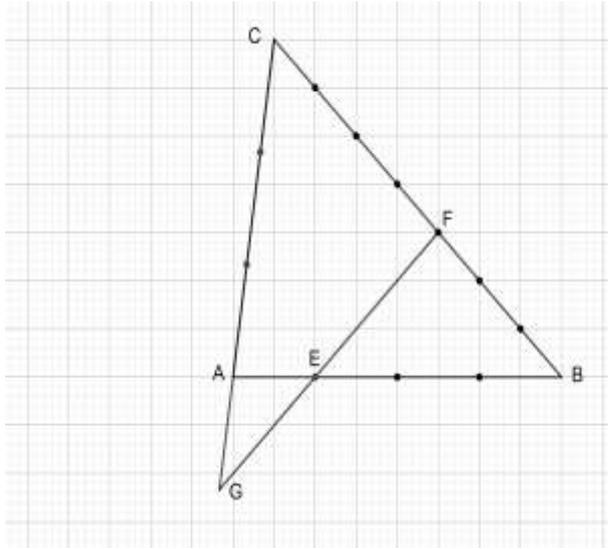
$$\vec{AE} = \alpha\vec{AB}, \vec{AG} = \beta\vec{AC} \text{ et } \vec{BF} = \gamma\vec{BC}$$

2) Exprimer \vec{EG} en fonction des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC}

3) Démontrer que $\vec{EF} = \frac{9}{28}\vec{AB} + \frac{3}{7}\vec{AC}$



3) Justifier que $\vec{EF} = -\frac{9}{7}\vec{EG}$. Que peut-on conclure ?



HTTPS://
Smail Eljaafari
MATH.COM
WOM