



Exercice 1

Déterminer D_f , l'ensemble de définition de f et $D_{f'}$, l'ensemble de dérivabilité de f puis calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_{f'}$, dans chacun des cas suivant :

1) $f(x) = 3x^2 - 2\sqrt{x} + \frac{2}{x}$

2) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-1}$

3) $f(x) = (x^2 - 3x + 1)^3$

4) $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2 + x}$

5) $f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2-1}}$

6) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3x + 1}$

7) $f(x) = 3\sin(2x)$

8) $f(x) = 5\cos(3x - 2)$

9) $f(x) = \frac{2\sin x}{3 - \cos x}$

10)
$$\begin{cases} f(x) = 2x + \sqrt{x} ; x \geq 0 \\ f(x) = \sin(2x) ; x < 0 \end{cases}$$

11) $f(x) = \frac{|x-4|}{2x-3}$

12) $f(x) = \frac{x^2+1}{|x|+1}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^+ par : $f(x) = x - \sqrt{x} + 1$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b) Etudier la branche infinie de la courbe (C_f)

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat

b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$ c) Dresser le tableau de variation de la fonction f

3) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $I = \left[0, \frac{1}{4}\right]$

a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminerab) Etudier la dérivabilité de la fonction g^{-1} sur J c) Calculer $(g^{-1})'(x)$ pour tout $x \in J$ d) Calculer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$ 4) Construire dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les courbes (C_f) et $(C_{g^{-1}})$

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - 4\sqrt{x-1}$

1) a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



- c) Etudier la branche infinie de la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$
- 2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 1, et interpréter graphiquement ce résultat
- b) Montrer que $f'(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x-1}+2)}$ pour tout $x \in]1, +\infty[$
- c) Dresser le tableau de variation de f
- 3) a) Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 2
- b) Construire dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, la courbe (C_f) et la tangente (T)
- 4) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $I = [5, +\infty[$
- a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera
- b) Calculer $g(10)$ et en déduire $g^{-1}(-2)$
- c) Montrer que g^{-1} est dérivable en -2 et calculer $(g^{-1})'(-2)$
- d) Déterminer $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$
- e) Construire dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ la courbe $(C_{g^{-1}})$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}} - x$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère Orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) a) Déterminer D_f son ensemble de définition
- b) Calculer les limites de la fonction f aux bornes de D_f
- c) Déterminer les branches infinies de la courbe (C_f)
- 2) a) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en 0 et interpréter ce résultat graphiquement
- b) Montrer que $f'(x) = -\left[\frac{1}{2(x-1)^2 \sqrt{\frac{x}{x-1}}} + 1 \right]$ pour tout $x \in D_f - \{0\}$
- c) Dresser le tableau de variation de la fonction f
- 3) Montrer que la courbe (C_f) coupe l'axe des abscisses en un point unique d'abscisse α tel que
- $$\frac{3}{2} < \alpha < 2$$
- 4) Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $I =]1, +\infty[$



- a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera
- b) Montrer que g^{-1} est dérivable en 0 puis Calculer $(g^{-1})'(0)$

