Exercice 1

Etudier la dérivabilité de la fonction f en a dans les cas suivants :

- ✓ $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$; $a=-1$.
- ✓ $f(x)=\sqrt{2x-5}$; $a=3$.
- ✓ $\begin{cases} f(x)=x^2+x+1\,;\, x\geq 0 \\ f(x)=\sqrt{1-x} \quad ;\, x<0 \end{cases}$; $a=0$.

Exercice 2

Donner l'expression de $f'(x)$, en précisant le domaine de définition et le domaine de dérivabilité , dans les cas suivants :

- ✓ $f(x)=(x^2+x-2)\sqrt{x-1}$.
- ✓ $f(x)=\dfrac{3x+2}{x^2-x+2}$.
- ✓ $f(x)=\sqrt{2x^2+3x-2}$.
- ✓ $f(x)=\dfrac{2}{x+\sqrt{x-1}}$.

Exercice 3

Donner l'équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse x_0 , dans les cas suivants :

1/ $f(x)=x^2-3x+2$; $x_0=0$.

2/ $f(x)=\sqrt{x+1}$; $x_0=3$.

3/ $f(x)=\cos x+\sin x$; $x_0=\dfrac{\pi}{2}$.

4/ $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{2x-1}$; $x_0=1$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=3-3x-x^3\,;\, si\ x\in\left]-\infty,1\right[\\ f(x)=\sqrt{x^2-1}-1;\, si\ x\in\left[1,+\infty\right[\end{cases}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) Etudier la continuité de la fonction f à droite et à gauche en $x_0=1$

2) a) Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche en $x_0=1$, puis interpréter graphiquement les deux résultats

b) Calculer $f'(x)$ pour tout $x\in\left]-\infty,1\right[$

c) Montrer que le point $I(0,3)$ est un point d'inflexion de la courbe (C_f)

3) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$

4) Etudier les branches infinies de la courbe (C_f)

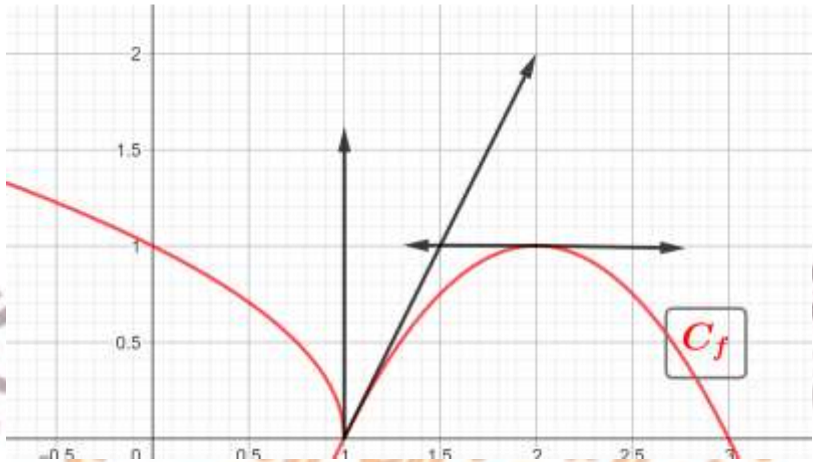
5) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $]-\infty,1[$ et que $\alpha \in]0,1[$.

6) a) Déterminer l'équation de la tangente (T) au point $I(0,3)$

b) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 5

La courbe ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ sur l'intervalle $]-\infty,3]$



1) Déterminer $f'(2)$ (justifier)

2) Déterminer $f_d'(1)$ (justifier)

3) La fonction f est-elle dérivable à gauche en 1 ? (justifier)

4) Calculer $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{f(x)}{x-1}$

5) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]-\infty,3]$

Exercice 6

Déterminer l'ensemble de définition et l'ensemble de dérivabilité de la fonction f dans chacun des cas suivants, puis calculer $f'(x)$ pour tout $x \in D_{f'}$:

$f(x)=-2x^3+3x^2+x-7$ $\quad f(x)=\dfrac{3}{x}+\dfrac{3x^2+1}{x-1}$ $\quad f(x)=\dfrac{7x-2}{3+x}$

$f(x)=(2x-5)^4$ $\quad f(x)=\sqrt{x}+5x+2$ $\quad f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ $\quad f(x)=x^3\sqrt{4x+1}$

$f(x)=\dfrac{x+\sqrt{x}}{x+3}$ $\quad f(x)=\sqrt{\dfrac{3x-5}{2-x}}$ $\quad f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x-1}}$ $\quad f(x)=\sin(5x+2)$

$f(x)=\sin^3 x$ $\quad f(x)=\sin(2x)\cos(3x)$ $\quad f(x)=\tan x$ $\quad f(x)=\tan(3x)$

$f(x)=x^2 3\sin(2x)$ $\quad f(x)=\sqrt[3]{x}$ $\quad f(x)=\sqrt[3]{x^5}$ $\quad f(x)=\sqrt[3]{3x^2+x+2}$

$f(x)=\left(x^2-3x+5\right)^{\frac{3}{4}}$

Exercice 7

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,1]$ par : $f(x)=\sqrt{x(1-x)}$

1) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en $x_0=1$ puis interpréter le résultat graphiquement

2) Etudier la dérivabilité de la fonction f à gauche en $x_1=0$ puis interpréter le résultat graphiquement

3) Etudier la dérivabilité de la fonction f sur $]0,1[$

4) Montrer que $f'(x)=\dfrac{1-2x}{2\sqrt{x(1-x)}}$

5) Dresser le tableau de variation de la fonction f

6) Construire la courbe représentative de f , $\left(C_f\right)$ dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$