



### Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  dans chacun des cas suivants :

$$1) f(x) = \frac{2x+3}{2x^2-x-1}; \quad 2) f(x) = \sqrt{x^2+4x+3}; \quad 3) f(x) = \sqrt{\frac{x-5}{x^2-5x+6}}; \quad 4) f(x) = \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x^2-5x+6}}$$

$$5) f(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{3x-2}; \quad 6) f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x-1}; \quad 7) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-x-2}; \quad 8) f(x) = \sqrt{(2x+1)(3-x)}$$

$$9) f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}; \quad 10) f(x) = \frac{2x+1}{|x-2|-|x-1|}; \quad 11) f(x) = \sqrt{2x-1} - \sqrt{5-x}; \quad 12) f(x) = \frac{x+2}{x^3-4x}$$

### Exercice 2

Etudier la parité de la fonction  $f$  dans chacun des cas suivants :

$$1) f(x) = \frac{3x^2+5}{2x}; \quad 2) f(x) = \sqrt{4-x^2}; \quad 3) f(x) = x^2+x+3; \quad 4) f(x) = \frac{2x-1}{x+3}; \quad 5) f(x) = |2x| - \sqrt{4x^2+1}$$

$$6) f(x) = \frac{5x}{|x|-1}; \quad 7) f(x) = \frac{x+1}{2x+x^3}; \quad 8) f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}; \quad 9) f(x) = \frac{2x}{x^2+5}; \quad 10) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2-9}}$$

### Exercice 3

Etudier la monotonie de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $I$ , dans chacun des cas suivants :

$$1) f(x) = \frac{2x-1}{x-3} \text{ et } I = ]3, +\infty[; \quad 2) f(x) = x^2+3 \text{ et } I = ]-\infty, 0]; \quad 3) f(x) = 3\sqrt{x}+1 \text{ et } I = ]0, +\infty[;$$

$$4) f(x) = \frac{2}{x-1} \text{ et } I = ]1, +\infty[; \quad 5) f(x) = \frac{3-2x}{x} \text{ et } I = ]-\infty, 0]; \quad 6) f(x) = 3\sqrt{x-2}-5 \text{ et } I = ]2, +\infty[$$

### Exercice 4

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{2x^2+3x+3}{x^2+x+1}$

1) Montrer que la fonction  $f$  est majorée par 3

2) Montrer que la fonction  $f$  est minorée par  $\frac{5}{3}$

### Exercice 5

On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par :  $h(x) = x + \frac{1}{x}$

1) Montrer que la fonction  $h$  est majorée par  $-2$  sur  $\mathbb{R}_-^*$

2) Montrer que la fonction  $h$  est minorée par  $2$  sur  $\mathbb{R}_+^*$

### Exercice 6

1) On considère la fonction  $g$  définie sur  $[1, +\infty[$  par :  $g(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{x}$

Montrer que la fonction  $g$  est bornée sur  $[1, +\infty[$

2) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^+$  par :  $f(x) = x - \sqrt{x+1}$

a) Montrer par l'absurde, que la fonction  $f$  n'est pas majorée sur  $\mathbb{R}^+$

b) Montrer que la fonction  $f$  est minorée par  $-1$  sur  $\mathbb{R}^+$

### Exercice 7

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$  et  $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

1) Déterminer les ensembles de définition des fonctions  $f$  et  $g$



2) Les fonctions  $f$  et  $g$  sont-elles égales ?

### Exercice 8

Soit  $f$  la fonction numérique définie par  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x+m}$  où  $m$  est un paramètre réel

1) Déterminer les valeurs de  $m$  pour que  $D_f = \mathbb{R}$

2) Soit  $g$  la fonction numérique définie par  $g(x) = \frac{1}{x-2}$ .

Déterminer les valeurs de  $m$  pour que  $f = g$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$

### Exercice 9

On considère la fonction numérique  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = |x+3| - |x-3|$

1) Etudier la parité de la fonction  $h$

2) Ecrire  $h(x)$  sans valeur absolue

3) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations :  $h(x) = 6$  et  $h(x) = -6$

4) Montrer que :  $(\forall x \in \mathbb{R}), -6 \leq h(x) \leq 6$

5) La fonction  $h$  admet-elle une valeur minimale ? une valeur maximale ?

### Exercice 10

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x}{x^2+x+1}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Montrer que  $f$  est majorée par  $\frac{1}{3}$

3) Montrer que  $-1$  est un minimum absolu de  $f$

4) Montrer que  $T(a,b) = \frac{1-ab}{(a^2+a+1)(b^2+b+1)}$  pour tout  $(a,b) \in \mathbb{R}^2$  tel que  $a \neq b$

5) Etudier la monotonie de  $f$  sur chacun des intervalles  $]-\infty, -1]$ ,  $]-1, 1[$  et  $[1, +\infty[$

### Exercice 11

Soit  $f$  et  $g$  les fonctions numériques définies par :  $f(x) = x^2 - 6x + 9$  et  $g(x) = \sqrt{x+4}$

1) Dresser les tableaux de variation des fonctions  $f$  et  $g$

2) Construire dans le repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , les courbes  $C_f$  et  $C_g$

3) Résoudre l'équation  $g(x) = 3$

4) Déterminer  $D_{f \circ g}$ , l'ensemble de définition de la fonction  $f \circ g$

5) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f \circ g$

6) Donner l'expression de  $f \circ g(x)$  pour tout  $x \in D_{f \circ g}$