Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{2x+3}{2x^2-x-1}$; 2) $f(x)=\sqrt{x^2+4x+3}$; 3) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-5}{x^2-5x+6}}$; 4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

5) $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x}}{3|x|-2}$; 6) $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-1}$; 7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\cos^2 x-\cos x-2}$; 8) $f(x)=\tan^2 x+3\tan x-5$

9) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x-2}$; 10) $f(x)=\dfrac{2x+1}{|x-2|-|x-1|}$; 11) $f(x)=\sqrt{2x-1}-\sqrt{5-x}$; 12) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^3-4x}$

Exercice 2

Etudier la parité de la fonction f dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{3x^2+5}{2x}$; 2) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$; 3) $f(x)=x^2+x+3$; 4) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$; 5) $f(x)=|2x|-\sqrt{4x^2+1}$

6) $f(x)=\dfrac{5x}{|x|-1}$; 7) $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$; 8) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$; 9) $f(x)=\sin x+\cos x$; 10) $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-9}}$

Exercice 3

Etudier la monotonie de la fonction f sur l'intervalle I, dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-3}$ et $I=]3,+\infty[$; 2) $f(x)=x^2+3$ et $I=]-\infty,0]$; 3) $f(x)=3\sqrt{x}+1$ et $I=]0,+\infty[$;

4) $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$ et $I=]1,+\infty[$; 5) $f(x)=\dfrac{3-2x}{x}$ et $I=]-\infty,0]$; 6) $f(x)=3\sqrt{x-2}-5$ et $I=]2,+\infty[$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{2x^2+3x+3}{x^2+x+1}$

1) Montrer que la fonction f est majorée par 3

2) Montrer que la fonction f est minorée par $\dfrac{5}{3}$

Exercice 5

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $h(x)=x+\dfrac{1}{x}$

1) Montrer que la fonction h est majorée par -2 sur $\mathbb{R}_-^*$

2) Montrer que la fonction h est minorée par 2 sur $\mathbb{R}_+^*$

Exercice 6

1) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=2\cos x-7\sin(2x)+1$

Montrer que la fonction g est bornée sur $\mathbb{R}$

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=x-\sqrt{x+1}$

a) Montrer par l'absurde, que la fonction f n'est pas majorée sur $\mathbb{R}^+$

b) Montrer que la fonction f est minorée par -1 sur $\mathbb{R}^+$

Exercice 7

On considère les fonctions f et g définies par : $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+3}}$ et $g(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

1) Déterminer les ensembles de définition des fonctions f et g

2) Les fonctions f et g sont-elles égales ?

Exercice 8

Soit f la fonction numérique définie par $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-x+m}$ où m est un paramètre réel

1) Déterminer les valeurs de m pour que $D_f=\mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique définie par $g(x)=\dfrac{1}{x-2}$.

   Déterminer les valeurs de m pour que $f=g$ sur $\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$

Exercice 9

On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=|x+3|-|x-3|$

1) Etudier la parité de la fonction h
2) Ecrire $h(x)$ sans valeur absolue
3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations : $h(x)=6$ et $h(x)=-6$
4) Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}),\ -6\leq h(x)\leq 6$
5) La fonction h admet-elle une valeur minimale ? une valeur maximale ?

Exercice 10

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x}{x^2+x+1}$

1) Déterminer D_f
2) Montrer que f est majorée par $\dfrac{1}{3}$
3) Montrer que -1 est un minimum absolu de f
4) Montrer que $T(a,b)=\dfrac{1-ab}{(a^2+a+1)(b^2+b+1)}$ pour tout $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ tel que $a\neq b$
5) Etudier la monotonie de f sur chacun des intervalles $]-\infty,-1]$, $]-1,1[$ et $[1,+\infty[$

Exercice 11

Soit f et g les fonctions numériques définies par : $f(x)=x^2-6x+9$ et $g(x)=\sqrt{x+4}$

1) Dresser les tableaux de variation des fonctions f et g
2) Construire dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes C_f et C_g
3) Résoudre l'équation $g(x)=3$
4) Déterminer $D_{f\circ g}$, l'ensemble de définition de la fonction $f\circ g$
5) Dresser le tableau de variation de la fonction $f\circ g$
6) Donner l'expression de $f\circ g(x)$ pour tout $x\in D_{f\circ g}$