Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$e^{3-x}=1\ ;\ e^{2x^2+3}=e^{7x}\ ;\ 2e^{-x}=\frac{1}{e^x+2}\ ;\ e^{x^3}=e^8\ ;\ e^{x+1}=e^{\frac{1}{x}}\ ;\ e^{x^2}=\left(e^2\right)^3e^{-x}\ ;\ e^{x^2}=e^{x-2}$$

$$e^{2x}-3e^x+2=0\ ;\ 4e^{2x}-4e\ \ +1=0\ ;\ e^{2x}-e^x+2=0$$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$e^{x^2}\leq\frac{1}{e^2}\ ;\ \left(e^x\right)^3\leq e^{x+6}\ ;\ e^x\leq\frac{1}{e^x}\ ;\ \left(e^x-1\right)e^x>e^x-1\ ;\ e^{2x}<e^x\ ;\ 3e^{2x}+e^x-4<0$$

Exercice 3

Déterminer les dérivés des fonctions suivantes :

$$f(x)=\left(x^2-2x\right)e^x\ ;\ g(x)=\frac{e^x}{x+1}\ ;\ h(x)=\frac{e^x-1}{2e^x+1}\ ;$$

$$u(x)=\frac{e^x}{e^x-x}\ ;\ v(x)=x^2-2(x-1)e^x\ ;\ w(x)=xe^{2x-3}$$

Exercice 4

Déterminer le domaine D_f de définition de la fonction f , dans les cas suivants, et calculer ses limites aux bornes de D_f :

$a)\ f(x)=\dfrac{e^x-1}{2x}$ $\qquad b)\ f(x)=2xe^{-x}$ $\qquad c)\ f(x)=\dfrac{e^x-1}{2e^x+1}$ $\qquad d)\ f(x)=x+2+xe^x$

Exercice 5

1/ Résoudre dans $\mathbb{R}$,l'inéquation: $t^2+t-6<0$

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(\ln x)^2+\ln x-6=0$ et l'inéquation : $(\ln x)^2+\ln x-6>0$

3/ Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquation : $e^{2x}+e^x-6\leq 0$ et $e^{x+1}+e^{\frac{x+1}{2}}-6>0$.

Exercice 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\left(xe^x-1\right)e^x$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité graphique :2cm)

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et donner une interprétation graphique à ce résultat.

2/ Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement ces résultats

3/ a/ Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R};\ f'(x)=e^x\left(e^x-1+2xe^x\right)$

b/ Vérifier que $f'(0)=0$ et donner une interprétation graphique de ce résultat

c/ Montrer que : $\forall x\in[0;+\infty[;e^x-1\geq 0$ et $\forall x\in]-\infty;0];e^x-1\leq 0$

d/ Dresser le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

4/ Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$ et que $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$.

5/ Construire la courbe $\left(C_f\right)$ .On admettra que la courbe a un point d'inflexion dont le calcul n'est pas demandé.

Exercice 7

Calculer les limites suivantes :

* $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} e^{\frac{\ln x}{x}}$ * $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{\ln\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-\sqrt{1+x}}$ * $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x-\ln x}{e^x+\ln x}$

Exercice 8

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\left(1-x^2\right)e^{-x}$

On note par $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. L'unité graphique 2cm.

1/ a/ Justifier que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

b/ Donner une interprétation graphique de ce résultat.

2/ a/ Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b/ Donner une interprétation graphique de ces résultats.

3/ a/ Montrer que : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);\ f'(x)=\left(x^2-2x-1\right)e^{-x}$

b/ Justifier que :

* $\forall x\in\left]-\infty;1-\sqrt{2}\right[\cup\left]1+\sqrt{2};+\infty\right[,\ f'(x)>0$
* $\forall x\in\left]1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right[,\ f'(x)<0$

c/ Dresser le tableau de variation de la fonction f

4/ Montrer que l'équation de la tangente (T) à la courbe $\left(C_f\right)$ au point d'abscisse 0, est : $y=-x+1$

5/ Construire la courbe $\left(C_f\right)$ et la tangente (T) .On prendra $f\left(1-\sqrt{2}\right)\simeq 1,3$ et $f\left(1+\sqrt{2}\right)\simeq -0,4$.