Exercice 1

Soit f et F les fonctions suivantes définies sur l'intervalle I. Montrer que F est une primitive de f sur I dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=6x^2-10x+3\,;F(x)=2x^3-5x^2+3x+10\ ;\ I=\mathbb{R}$

2) $f(x)=7\cos x-5\sin x\,;F(x)=5\cos x+7\sin x+2\ ;\ I=\mathbb{R}$

3) $f(x)=\dfrac{-2x^2-2x+1}{\left(x^2+x+1\right)^2}\,;F(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}\ ;\ I=\mathbb{R}$

4) $f(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x};F(x)=\tan x+3;\ I=\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$

5) $f(x)=-\cos x-x\sin x;\ F(x)=x\cos x-2\sin x+7\ ;I=\mathbb{R}$

Exercice 2

La fonction G est-elle une primitive de la fonction g sur l'intervalle I dans les cas suivants :

1) $G(x)=\dfrac{x^2-3}{x}\ ;\ g(x)=\dfrac{x^2+3}{x^2}\ ;\ I=\mathbb{R}$

2) $G(x)=-2\sqrt{10+\cos x}\ ;\ g(x)=\dfrac{\sin x}{\sqrt{10+\cos x}}\ ;\ I=\mathbb{R}$

3) $G(x)=\dfrac{1}{12}(3x+5)^4+11;\ g(x)=(3x+5)^3\ ;\ I=\mathbb{R}$

4) $G(x)=5x\sqrt[3]{x}+2x-4;\ g(x)=\sqrt[3]{x}+2;\ I=]0,+\infty[$

Exercice 3

Déterminer une primitive de la fonction f sur l'intervalle I, dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=2x+5\ ;I=\mathbb{R}$

2) $f(x)=3x^2-5x+7\ ;I=\mathbb{R}$

3) $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)^2};\ I=\mathbb{R}-\{-2\}$

4) $f(x)=\dfrac{6}{(x-3)^2};\ I=\mathbb{R}-\{3\}$

5) $f(x)=5(x+5)^4;\ I=\mathbb{R}$

6) $f(x)=5(2x-1)\left(x^2-x+5\right)^4;\ I=\mathbb{R}$

7) $f(x)=3(2x+3)\left(x^2+3x+7\right)^4;\ I=\mathbb{R}$

8) $f(x)=\dfrac{2x+3}{\left(x^2+3x+4\right)^4};\ I=\mathbb{R}$

9) $f(x)=\dfrac{x+1}{\left(x^2+2x+7\right)^3};\ I=\mathbb{R}$

10) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x+2};\ I=\mathbb{R}$

11) $f(x)=\dfrac{4x+2}{1+\left(x^2+x+7\right)^2};\ I=\mathbb{R}$

12) $f(x)=\dfrac{3\sin x}{(2-\cos x)^2}$; $I=\mathbb{R}$

13) $f(x)=\dfrac{\cos x}{1-\cos^2 x}$; $I=]0,\pi[$

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ par : $f(x)=\dfrac{2x+3}{(x-1)^3}$

1) Déterminer deux réels a et b tel que pour tout $x\in D$, $f(x)=\dfrac{a}{(x-1)^2}+\dfrac{b}{(x-1)^3}$

2) En déduire l'expression d'une primitive F de f sur $I=]1,+\infty[$

Exercice 5

Soit g définie sur $D=\mathbb{R}-\{2\}$ par : $g(x)=\dfrac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$

1) Déterminer deux réels a et b tel que pour tout $x\in D$, on ait $f(x)=a+\dfrac{b}{(x-2)^2}$

2) En déduire une primitive F de f sur $I=]2,+\infty[$

Exercice 6

Déterminer la primitive F de la fonction f sur l'intervalle I telle que $F(x_0)=y_0$ dans chacun des cas suivants :

1) $f(x)=6x^2+2x+1$; $I=\mathbb{R}$; $x_0=1$; $y_0=7$

2) $f(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$; $I=\mathbb{R}$; $x_0=\dfrac{\pi}{3}$; $y_0=0$

3) $f(x)=\dfrac{5}{(x+1)^2}$; $I=\mathbb{R}-\{-1\}$; $x_0=4$; $y_0=-1$

4) $f(x)=5(2x+1)^4$; $I=\mathbb{R}$; $x_0=0$; $y_0=1$

5) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+2x+2}$; $I=\mathbb{R}$; $x_0=0$; $y_0=\pi$