

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2022

- الموضوع -



SSSSSSSSSSSSSSSSSSSSSS

RS 26F

2

مدة الإنجاز

الرياضيات

المادة

4

المعامل

مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي باللغة الفرنسية

الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)**تعليمات للمترشح(ة)**

Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.

هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.

Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.

تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.

- Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;

- يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛

- L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;

- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛

- Vous devez justifier les résultats

- ينبغي عليك تعليل النتائج؛

- Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numéroter les exercices et les questions ;

- يمكنك الإجابة عن التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛

- Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;

- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛

- Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;

- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛

- Eviter l'écriture au stylo rouge ;

- يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛

- Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.

- تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

Exercice n°1:(4.5pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n}{2u_n + 1}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 0.5 2.a. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > 0$
- 0.5 2.b. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n < 1$
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{2u_n + 1}$
- 0.25 3.b. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante.
- 0.25 3.c. Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
4. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$
- 0.25 4.a. Calculer v_0
- 0.5 4.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$
- 0.5 4.c. Exprimer v_n en fonction de n
- 0.25 5.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{1}{v_n + 1}$
- 0.25 5.b. Déduire de ce qui précède que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}$
- 0.25 5.c. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2:(11pts)

Partie I

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 2 - 2 \ln x$$

- 1 1. Montrer que $g'(x) = 2\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right)$
- 1 2. En déduire que g est strictement décroissante sur $]0; 1]$ et que g est strictement croissante sur $[1; +\infty[$
- 0.25 3.a. Calculer $g(1)$
- 0.25 3.b. Dresser le tableau de variations de g (Le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)
- 0.5 3.c. En déduire que $g(x) \geq 3$ pour tout x de $]0; +\infty[$

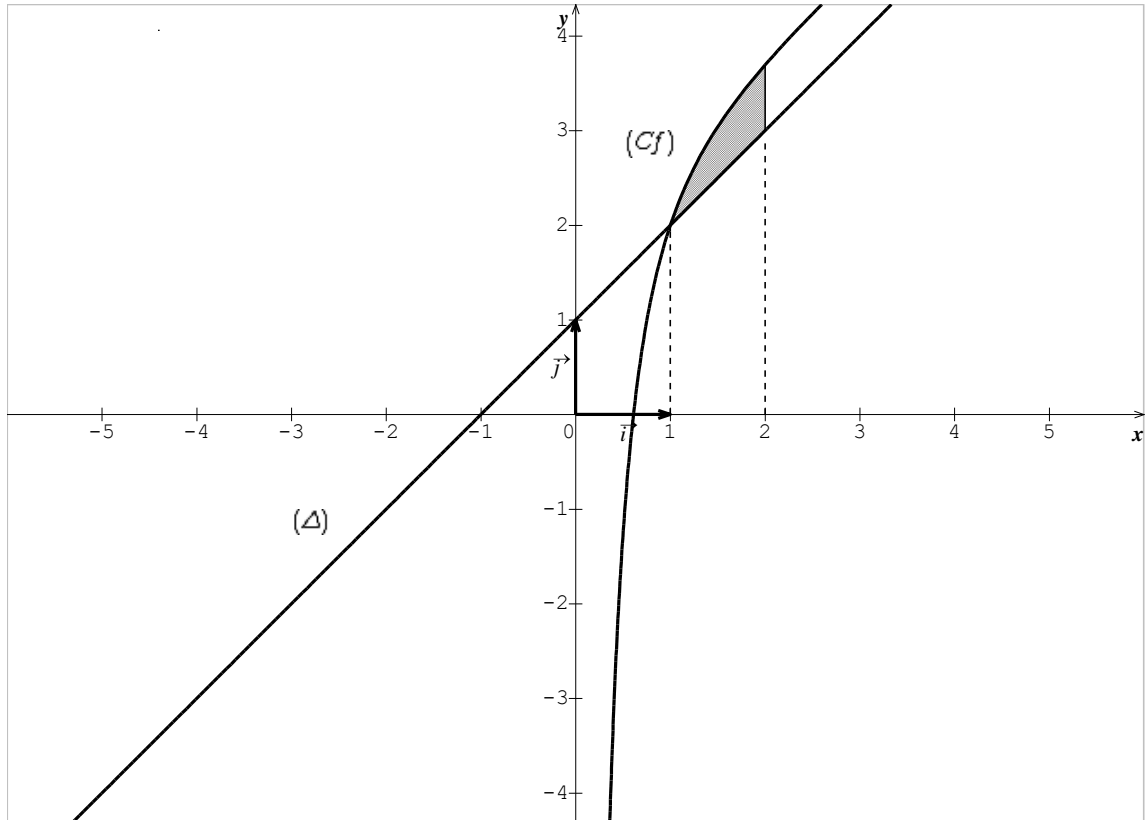
Partie II

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{2 \ln x}{x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 0.5 2.a. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 0.5 2.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1))$
- 0.25 2.c. Donner une interprétation géométrique du résultat
- 1 3.a. Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 0.5 3.b. Dédire que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
- 0.5 3.c. Dresser le tableau de variations de f
- 1 4.a. Montrer que $f''(x) = \frac{2}{x^3}(-3 + 2 \ln x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
- 1 4.b. En déduire que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion d'abscisse $e\sqrt{e}$
5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f et (Δ) la droite d'équation $y = x + 1$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 1 5.a. Montrer que $\int_1^2 \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2}(\ln 2)^2$
- 0.75 5.b. En déduire l'aire de la partie hachurée



Exercice n°3:(4.5pts) (On donnera les résultats sous forme de fraction)

Une urne contient six jetons rouges portant les numéros : 1, 2, 2, 2, 3, 3 et quatre jetons verts portant les numéros : 2, 2, 2, 3 (Tous les jetons sont indiscernables au toucher).

On tire simultanément au hasard trois jetons de l'urne.

On considère les événements suivants :

A : « Les jetons tirés portent le même numéro »

B : « Les jetons tirés sont de même couleur »

- 0.5 1. Montrer que le nombre de tirages possibles est égal à 120
- 0.75 2.a. Montrer que $p(A) = \frac{7}{40}$
- 0.75 2.b. Calculer $p(B)$
- 1 2.c. Calculer la probabilité de tirer trois jetons de même couleur sachant qu'ils portent le même numéro.
- 0.5 2.d. Les événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
- 1 3. Soit X la variable aléatoire qui correspond au nombre de couleurs obtenues à chaque tirage.
Calculer $p(X=1)$ et $p(X=2)$