Définition (Puissance d'un nombre réel)

Soit x un nombre réel et n un entier naturel

- Si $n > 1$ on a : $x^n = \underbrace{x \times x \times x \times \ldots \times x}_{n\ fois\ x}$ et on lit x puissance n
- Si $n = 1$ on a : $x^1 = x$
- Si $n = 0$ et $x \neq 0$ on a : $x^0 = 1$
- Si $n \neq 0$ et $x = 0$ on a : $0^n = 0$
- Si $n = 0$ *et* $x = 0$ alors 0^0 n'a pas de sens (impossible)

Proposition (Propriétés)

Soit a et b deux nombres réels non nuls et n et m deux entiers. Alors on a :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $\left(a^n\right)^m = a^{n \times m}$
- $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemples

Calculer, en détaillant les calculs :

$5^3 \times 5^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$; $\frac{5^6}{5^4} = \ldots\ldots = \ldots\ldots$; $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$; $\left(\sqrt{5^2}\right)^3 = (\ldots)^3 = \ldots\ldots$

Définition (puissance de 10)

Soit n un entier naturel. On a :

- $10^n = 1\underbrace{000\ldots00}_{n\ fois\ 0}$
- $10^{-n} = \underbrace{0,00\ldots00}_{n\ fois\ 0}1$
- $10^0 = 1$ et $10^1 = 10$

Exemples

$10^5 = 100000$; $10^7 = 10000000$; $10^{-1} = 0,1$; $10^{-2} = 0,01$; $10^{-5} = 0,00001$; $10^{-7} = 0,0000001$

Définition (L'écriture scientifique d'un nombre décimal)

Soit x un nombre décimal non nul.

L'écriture scientifique du nombre x est :

- Si $x > 0$, alors $x = a \times 10^n$ où a est un nombre décimal vérifiant $1 \leq a < 10$ et n est un entier relatif

✌ Si $x<0$, alors $x=-a\times 10^{n}$ où a est un nombre décimal vérifiant $1\leq a<10$ et n est un entier relatif

Exemples

- $6201,53=620153\times 10^{-2}=6,20153\times 10^{5}\times 10^{-2}=6,20153\times 10^{3}$
- $0,0000925=925\times 10^{-7}=9,25\times 10^{2}\times 10^{-7}=9,25\times 10^{-5}$
- $-245,658=-245658\times 10^{3}=-2,45658\times 10^{-5}\times 10^{3}=-2,45658\times 10^{-2}$
- $-0,24935=-24935\times 10^{-5}=-2,4935\times 10^{4}\times 10^{-5}=-2,4935\times 10^{-1}$

Définition (L'ordre de grandeur d'un nombre)

Soit x un nombre réel non nul d'écriture scientifique $x=a\times 10^{p}$ où a est un nombre décimal vérifiant $1\leq a<10$ et p est un entier relatif. On a :

- Si $1\leq a<5$, l'ordre de grandeur de x est 10^{p}
- Si $5\leq a<10$, l'ordre de grandeur de x est 10^{p+1}

Remarques

On peut écrire le nombre 25000000 de plusieurs façons sous forme d'un produit d'un nombre décimal et d'une puissance de 10 : $25000000=0,25\times 10^{8}=2,5\times 10^{7}=25\times 10^{6}$, mais l'écriture scientifique de 25000000 est $2,5\times 10^{7}$ et puisque $1\leq 2,5<5$ alors l'ordre de grandeur de 25000000 est 10^{7}