



I – Définition et vocabulaire

Définition

Soit a et b deux nombres décimaux tels que $b \neq 0$.

Le quotient de a par b est noté $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

Le quotient $\frac{a}{b}$ est appelé **l'écriture fractionnaire** des nombres décimaux a et b .

Dans l'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$, a est appelé **Le numérateur** et b est appelé **Le dénominateur**.

$$\text{On a : } \frac{a}{b} = a \div b$$

$\frac{a}{b}$ est appelé **une fraction de a et b** lorsque a et b sont des nombres entiers

Exemples

$$\frac{11}{2} = 11 \div 2 = 5,5 \quad \frac{6,3}{7} = 6,3 \div 7 = 0,9 \quad \frac{45}{2,5} = 45 \div 2,5 = 18 \quad \frac{3,5}{0,7} = 3,5 \div 0,7 = 5$$

$\frac{7}{4}$ est une fraction mais $\frac{0,7}{4}$ n'est pas une fraction

Remarque

Dans la notation $a \div b$, a est appelé **le dividende** et b est appelé **Le diviseur**

Règle 1

Tous les nombres entiers peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 1.

Si n est un nombre entier, on a : $n = \frac{n}{1}$

Règle 2

Tous les nombres décimaux peuvent être écrits sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1000, ...

Remarques

♣ Il existe des fractions qui ne sont pas des nombres entiers : $\frac{7}{2} = 3,5$

♣ Il existe des fractions qui ne sont pas des nombres décimaux : $\frac{2}{3} = 0,666666\dots$

II – Egalité de deux fractions

Proposition

Si on multiplie ou on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre non nul, on obtient une fraction égale.

Autrement dit : Si a , b et k sont des nombres décimaux tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

**Exemples**

$$\clubsuit \frac{10}{25} = \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\clubsuit \frac{5}{7} = \frac{5 \times 6}{7 \times 6} = \frac{30}{42}$$

$$\clubsuit \frac{36}{16} = \frac{36 \div 4}{16 \div 4} = \frac{9}{4}$$

$$\clubsuit \frac{100}{10} = \frac{100 \div 10}{10 \div 10} = \frac{10}{1} = 10$$

III – Opérations sur les fractions**1 – Addition et soustraction de deux fractions****Règle 1**

La somme de deux fractions qui ont le même dénominateur, est une fraction qui a :

- ◆ Le même dénominateur
- ◆ Pour numérateur, la somme des numérateurs des deux fractions

Autrement dit : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exemples

$$\frac{4}{5} + \frac{8}{5} = \frac{4+8}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{11}{7} = \frac{3+11}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

$$\frac{5}{3} + \frac{8}{3} = \frac{5+8}{3} = \frac{13}{3}$$

Règle 2

La différence de deux fractions qui ont le même dénominateur, est une fraction qui a :

- ◆ Le même dénominateur
- ◆ Pour numérateur, la différence des numérateurs des deux fractions

Autrement dit : $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{2} = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{13}{5} - \frac{7}{5} = \frac{13-7}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{11}{3} - \frac{2}{3} = \frac{11-2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Règle 3

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions qui ont des dénominateurs différents :

- ◆ On réduit les fractions au même dénominateurs
- ◆ On ajoute (ou on soustrait) les numérateurs obtenus en appliquant la **règle 1**

Exemples

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{3 \times 3}{2 \times 3} + \frac{5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{9}{6} + \frac{10}{6} = \frac{9+10}{6} = \frac{19}{6}$$

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{5} = \frac{7 \times 5}{2 \times 5} - \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{35}{10} - \frac{6}{10} = \frac{35-6}{10} = \frac{29}{10}$$

2 – multiplication et division de deux fractions**Règle 4**

Le produit de deux fractions est une fraction, dont :

- ◆ Le numérateur est le produit des deux numérateurs
- ◆ Le dénominateur est le produit des deux dénominateurs

Autrement dit : $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemples



$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{7}{4} \times \frac{9}{5} = \frac{7 \times 9}{4 \times 5} = \frac{63}{20}$$

$$\frac{8}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{8 \times 7}{3 \times 4} = \frac{56}{12} = \frac{56 \div 4}{12 \div 4} = \frac{14}{3}$$

Règle 5

Soit $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ deux fractions. On a : $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$

Exemples

$$\frac{4}{5} \div \frac{9}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{7}{9} = \frac{4 \times 7}{5 \times 9} = \frac{28}{45}$$

$$\frac{14}{5} \div \frac{13}{3} = \frac{14}{5} \times \frac{3}{13} = \frac{14 \times 3}{5 \times 13} = \frac{42}{65}$$

IV – Comparaison de deux fractions**Règle 1**

Parmi deux fractions qui ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur

Exemples

$$\frac{4}{5} < \frac{7}{5} \text{ (car } 4 < 7)$$

$$\frac{25}{10} > \frac{24}{10} \text{ (car } 25 > 24)$$

$$\frac{127}{100} < \frac{128}{100} \text{ (car } 127 < 128)$$

Règle 2

Parmi deux fractions qui ont le même numérateur, la plus grande est celle qui a le plus petit dénominateur

Exemples

$$\frac{5}{3} > \frac{5}{7} \text{ (car } 7 > 3)$$

$$\frac{1}{10} < \frac{1}{2} \text{ (car } 10 > 2)$$

$$\frac{44}{9} < \frac{44}{5} \text{ (car } 9 > 5)$$

$$\frac{17}{20} < \frac{17}{10} \text{ (car } 20 > 10)$$

Règle 3

Pour comparer deux fractions qui n'ont ni le même numérateur ni le même dénominateur :

- ◆ On réduit les deux fractions au même dénominateur
- ◆ On applique la **règle 1**

Exemples

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{6} \text{ (car } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} \text{ et } \frac{4}{6} < \frac{5}{6})$$

$$\frac{3}{7} > \frac{2}{5} \text{ (car } \frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35} \text{ et } \frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35} \text{ et } \frac{15}{35} > \frac{14}{35})$$