

## 1 – Définition

### Définition

Soit  $f$  et  $F$  deux fonctions définies sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$

On dit que  $F$  est une fonction primitive de  $f$  si et seulement si :

$$\begin{cases} F \text{ est dérivable sur } I \\ (\forall x \in I), F'(x) = f(x) \end{cases}$$

## 2 - Propriétés

### Proposition1

Toute fonction continue sur un intervalle admet au moins une fonction primitive sur cet intervalle

### Proposition2

Soit  $F$  une primitive d'une fonction  $f$  sur un intervalle  $I$ . Alors :

- Les fonctions  $G_k : x \mapsto F(x) + k$  sont des primitives de  $f$  sur  $I$ , pour tout réel  $k$
- En particulier, si  $x_0 \in I$  et  $y_0 \in \mathbb{R}$ , il existe une unique fonction primitive  $H$  de  $f$  sur  $I$  telle que :  $H(x_0) = y_0$

### Proposition 3

Soit  $F$  une primitive de  $f$  sur un intervalle  $I$ .

Une fonction  $G$  est une primitive de  $f$  sur  $I$  si et seulement si :

$$(\exists k \in \mathbb{R})(\forall x \in I); G(x) = F(x) + k$$

## 3 – Primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$F(x)$	$I$
$a$ ( $a = \text{constante}$ )	$ax + c$	$\mathbb{R}$
$x$	$\frac{1}{2}x^2 + c$	$\mathbb{R}$
$x^2$	$\frac{1}{3}x^3 + c$	$\mathbb{R}$
$x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^*$ )	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + c$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x} + c$	$] -\infty, 0[ \text{ ou } ] 0, +\infty[$
$\frac{1}{x^3}$	$-\frac{1}{2x^2} + c$	$] -\infty, 0[ \text{ ou } ] 0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + c$	$] -\infty, 0[ \text{ ou } ] 0, +\infty[$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$	$] 0, +\infty[$
$\cos x$	$\sin x + c$	$\mathbb{R}$
$\cos(ax + b)$ ( $a \neq 0$ )	$\frac{1}{a}\sin(ax + b) + c$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x + c$	$\mathbb{R}$

$\sin(ax + b)$	$-\frac{1}{a}\cos(ax + b) + c$	$\mathbb{R}$
$x^r$ ( $r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\}$ )	$\frac{1}{r+1}x^{r+1} + c$	$]0, +\infty[$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + c$	$\mathbb{R}$

#### 4 – Opérations des fonctions usuelles et primitives

Soit  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$  et  $U$  une primitive de  $u$  sur  $I$  et  $V$  une primitive de  $v$  sur  $I$  et  $\alpha \in \mathbb{R}$

$f$	$F$
$u + v$	$U + V + c$
$\alpha u$	$\alpha U + c$
$u'v + uv'$	$uv + c$
$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$\frac{u}{v} + c$
$u'u^r$ ( $r \in \mathbb{Q}^* - \{-1\}$ )	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$
$\frac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u} + c$
$u'\sin(u)$	$-\cos(u) + c$
$u'\cos(u)$	$\sin(u) + c$
$\frac{u'}{1+u^2}$	$\arctan(u) + c$
$\frac{\alpha u'}{u^r}$ ( $r \in \mathbb{Q}^* - \{1\}$ )	$-\frac{\alpha}{(r-1)u^{r-1}}$