Exercice 1 :

On considère la relation f définie par : $f:\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto f(x)=\dfrac{x}{2x-1}\end{cases}$

1) f est-elle une application ? Sinon, donner la condition pour que f soit une application

2) Déterminer, dans ce cas, les antécédents des nombres réels suivants : -1, 5 et 0

Exercice 2

On considère les g et h définies par : $g:\begin{cases}]0,\pi[\to\mathbb{R}\\ x\mapsto g(x)=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}\end{cases}$ et $h:\begin{cases}]0,\pi[\to\mathbb{R}\\ x\mapsto h(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x}\end{cases}$

Montrer que $g=h$

Exercice 3

On considère l'application f définie par : $f:\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto f(x)=|x(x-1)|-x^2+5\end{cases}$

Déterminer les restrictions de l'application f aux intervalles suivants : $\mathbb{R}^-$, $]1,+\infty[$ et $[0,1]$

Exercice 4

On considère l'application f définie par : $f:\begin{cases}\mathbb{R}-\{3\}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x-3}\end{cases}$

Déterminer $\tilde{f}$ le prolongement de f à $\mathbb{R}$

Exercice 5

1) Soit f l'application définie par $f:\begin{cases}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto x^2-6x+7\end{cases}$

a) Dresser le tableau de variation de f

b) Déterminer les images par f des intervalles suivants : $[0,3]$; $]-\infty,3]$; $]3,+\infty[$ *et* $[5,7[$

2) Soit g l'application définie par $g:\begin{cases}\mathbb{R}-\{2\}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto g(x)=\dfrac{2x-3}{x-2}\end{cases}$

a) Dresser le tableau de variation de g

b) Déterminer les images par g des intervalles suivants : $]-\infty,2[$; $]2,+\infty[$; $[-3,0]$ *et* $]3,6]$

Exercice 6

Soit f l'application définie par $f:\begin{cases}\mathbb{R}^+\to\mathbb{R}^+\\ x\mapsto x+2\sqrt{x}+5\end{cases}$

1) Montrer que f est une application injective de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}^+$, l'équation $x+2\sqrt{x}+5=1$

b) En déduire que f n'est pas surjective de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}^+$

Exercice 7

Soit f l'application définie par $f:\begin{cases}\mathbb{R}^+ \to [4,+\infty[\\ x \mapsto x^2+4\end{cases}$

1) a) Montrer que f est surjective de $\mathbb{R}^+$ dans $[4,+\infty[$

b) Déterminer $f\left(\mathbb{R}^+\right)$

2) L'application f est-elle injective ?

3) L'application f est-elle bijective ?

Exercice 8 :

Soit f l'application définie par $f:\begin{cases}]-\infty,0[\to \mathbb{R} \\ x \mapsto x-\dfrac{1}{x}\end{cases}$

1) Montrer que f est une bijection de $]-\infty,0[$ dans $\mathbb{R}$

2) Déterminer l'expression de sa bijection réciproque f^{-1}

Exercice 9

On considère les applications f et g définies par $f:\begin{cases}\mathbb{R} \to [2,+\infty[\\ x \mapsto x^2+2\end{cases}$ *et* $g:\begin{cases}\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x+\sqrt{x}\end{cases}$

Déterminer les expressions de $g \circ f$ *et* $g \circ g$

Exercice 10

On pose $I =]0,+\infty[$.

On considère l'application f définie par $f:\begin{cases}I\times I \to I\times I \\ (x,y) \mapsto \left(xy,\dfrac{x}{y}\right)\end{cases}$

1) Montrer que f est injective et surjective de $I\times I$ dans $I\times I$

2) En déduire que f est bijective de $I\times I$ dans $I\times I$ et déterminer l'expression de l'application réciproque f^{-1}

Exercice 11

Soit f l'application définie par $f:\begin{cases}[2,+\infty[\to \mathbb{R} \\ x \mapsto x-\sqrt{x-1}\end{cases}$

1) Montrer que l'application f est injective

2) a) Montrer que : $\left(\forall x \in [2,+\infty[\right),\ f(x) \geq 1$

b) L'application f est-elle surjective de $[2,+\infty[$ dans $\mathbb{R}$?

3) a) Montrer que l'application f est bijective de $[2,+\infty[$ dans $[1,+\infty[$

b) Déterminer l'expression de l'application réciproque f^{-1}