Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x^2-2x}$; $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x^2-1}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x-1}}$; $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$;

$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+x+2}-x$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2-x+3}-2x$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{4x^2+x+1}+2x$; $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{4x^2+x+1}+3x$; $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-x-2}$;

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+2x}{x^3+x}\sin x$; $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2+\cos x}{3x^2-1}$

Exercice 2

Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes définies par :

$f(x)=3x^4-2x^3+x-5$; $g(x)=\dfrac{2x+3}{2x^2-x-15}$; $h(x)=\sqrt{(x-2)(x^2-4x-5)}$; $i(x)=\sqrt{\dfrac{3x-4}{x(x+1)}}$

$j(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}+1}{(x-2)(x+1)}$; $l(x)=\dfrac{x^2+x-2}{\sqrt{6-x-x^2}}$.

Exercice 3

Etudier la continuité de la fonction f en x_0 dans les cas suivants :

1/ $f(x)=3x^2-5x+1$; $x_0=2$.

2/ $f(x)=\sqrt{3x-1}$; $x_0=3$.

3/ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} ; x\neq 1 \\ f(1)=\dfrac{1}{4} \end{cases}$; $x_0=1$

4/ $\begin{cases} f(x)=\sqrt{x+1}-2 ; x\geq 0 \\ f(x)=x^2-x-1 ; \quad x<0 \end{cases}$; $x_0=0$

5/ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-1}{x-1} ; x>1 \\ f(1)=2 \\ f(x)=\dfrac{x-1}{4-2\sqrt{5-x}} ; x<1 \end{cases}$; $x_0=1$

Exercice 4

Etudier la continuité des fonctions suivantes sur les intervalles donnés :

1/ $f(x)=x^2+x-\dfrac{x}{x+3}+\sqrt{x+3}$; $I=]-3;+\infty[$

2/ $\begin{cases} h(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x-2} ; x>2 \\ h(x)=\dfrac{2x+11}{3} ; x\leq 2 \end{cases}$; $I=\mathbb{R}$

3/ $\begin{cases} k(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} \ ; \ x \neq 2 \\ k(2) = \dfrac{2}{3} \end{cases}$; $I = \mathbb{R}$

Exercice 5

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 - ax + 3}{x^2 + bx - b - 1} ; x < 1 \\ f(x) = x - 2 \qquad ; x > 1 \\ f(1) = c \end{cases}$$

Déterminer les réels a, b et c pour que la fonction f soit continue en $x_0 = 1$

Exercice 6

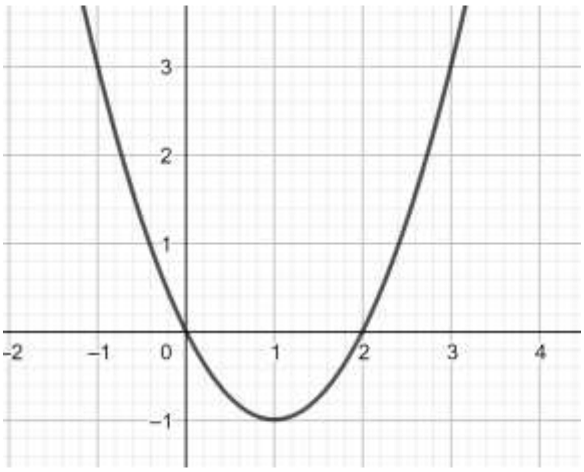
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{ax^2 - (1+a)x + 1}{b(x^2-1)} ; |x| = 1 \\ f(1) = \dfrac{1}{6} \end{cases}$$

Déterminer les réels a et b pour que la fonction f soit continue en 1 et que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$

Exercice 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 - 2x$ Dont la courbe représentative est donnée ci-dessous



Déterminer graphiquement les images par la fonction f des intervalles suivants :

$I = [-1;1]$; $J =]1;3[$; $K =]-1;3]$; $L =]-\infty;2]$; $M =]0;+\infty[$

Exercice 8

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

Déterminer les images par la fonction g des intervalles suivants :

$I = [0;3[$; $J = [4;+\infty[$; $K =]-\infty;3[$; $L = [0;2]$