Exercice 1 :

Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que :

- $2n+5$ est impair
- $4n^2+2n+8$ est pair
- $n(n+1)$ est pair
- n^2+n+3 est impair

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}$. Etudier la parité des nombres suivants :

- $(2n+1)(2n+3)$
- $2n^2+4n+1$
- $5n^2+n$
- n^3-1
- n^3+1
- 3^{2n}
- 4^{2n+1}
- n^2+n+2

Exercice 3

1) a) Déterminer tous les diviseurs de 34

b) Déterminer les entiers naturels x et y tels que $(x+1)(y+2)=34$

2) Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que $(x+1)(y-2)=13$

Exercice 4

Déterminer tous les entiers naturels x et y tels que :

1) $(x+1)(y+1)=9$

2) $(x+2)(y+3)=21$

3) $x^2-y^2=28$

4) $xy+x+2y=19$

Exercice 5

1) Montrer que 127 est premier

2) Les nombres suivants sont-ils premiers ?: 111 ; 251 ; 1001 et 51^2

Exercice 6

1) Donner les décompositions en produit de facteurs premiers des nombres suivants :

504 ; 1386 ; 16093

2) Déterminer $PGCD(504,1386)$ *et* $PPCM(504,1386)$

$PGCD(1386,16093)$ *et* $PPCM(1386,16093)$

$PGCD(504,16093)$ *et* $PPCM(504,16093)$

3) Ecrire les fractions suivantes sous leur forme irréductibles : $\frac{504}{1386}$; $\frac{16093}{1386}$ et $\frac{504}{16093}$

Exercice 7 :

On pose $a=240; b=135$

1) Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers a et b

2) Simplifier au maximum $\frac{a}{b}$ et $\sqrt{ab}$

3) Calculer $PGCD(a,b)$ *et* $PPCM(a,b)$

4) Sans utiliser la calculatrice, Calculer sous forme d'une fraction irréductible $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$

Exercice 8

Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose $A=(5n+2)^2-n(21n+16)-3$

1) Développer A
2) Montrer que A est un carré parfait
3) Déterminer la parité de A

Exercice 9

Soit a, b deux entiers naturels tels que $a \wedge b = 12$

1) Déterminer tous les diviseurs de a et b
2) Sachant que $ab = 864$
   a) Calculer $a \vee b$
   b) En déduire les valeurs de a et b

Exercice 10

On considère les entiers naturels $a = 1176$ *et* $b = 4950$

1) Décomposer les nombres a et b en produit de facteurs premiers
2) Déterminer le nombre des diviseurs de chacun des entiers a et b
3) Déterminer $a \wedge b$ et $a \vee b$
4) Déterminer le plus petit entier naturel c tel que ac soit un carré parfait
5) Déterminer le plus petit entier naturel d tel que bd soit un carré parfait

Exercice 11

Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq 2$.

1) a) Développer et réduire l'expression $\left(n^2+n+1\right)\left(n^2-n+1\right)$
   b) En déduire que l'entier n^4+n^2+1 n'est pas premier
2) Montrer que le nombre 10101 n'est pas premier

Exercice 12

Soit $n \in \mathbb{N}$. On pose $A = 5^{n+2} - 5^n$ et $B = 3^{n+3} + 3^n$

1) Ecrire l'entier naturel A sous forme de produit de facteurs premiers
2) Ecrire l'entier naturel B sous forme de produit de facteurs premiers
3) Déterminer $A \wedge B$ et $A \vee B$
4) Donner la forme irréductible de la fraction $\frac{A}{B}$

Exercice 13

Soit n et m deux entiers naturels.

1) Montrer que si $m = 3n+1$, alors $m^2 - 1$ est divisible par 3
2) Montrer que si $m = 3n+2$, alors $m^2 + 2$ est divisible par 3
3) Montrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est un multiple de 3
4) Montrer que si $(3n+2m)$ et $(7n+5m)$ sont multiples de 5, alors n est un multiple de 5